

Regen-Wind induzierte Seilschwingungen in laminarer und turbulenter Strömung

Vom Fachbereich Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina
zu Braunschweig

zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)

genehmigte
Dissertation

von
Dipl.-Ing. Oliver Dreyer
aus Bad Pyrmont - Neersen

2004

Eingereicht am: 30. Juni 2004
Mündliche Prüfung am: 20. Dezember 2004

Berichterstatter: Univ.Prof. Dr.-Ing. Udo Peil
Berichterstatter: Univ.Prof. Dr.-Ing. Hans-Jürgen Niemann

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Stahlbau der Technischen Universität Braunschweig.

Für die Anregung und Betreuung der Arbeit möchte ich meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Udo Peil, besonders danken. Er gab mir die Gelegenheit zur Promotion und trug mit seiner wohlwollenden Unterstützung und seinen zahlreichen fachlichen Hinweisen entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Jürgen Niemann danke ich für die bereitwillige Übernahme des Korreferats. Allen Mitgliedern der Prüfungskommission möchte ich für das Interesse an meiner Arbeit außerordentlichen Dank sagen.

Meinen ehemaligen Kollegen am Institut für Stahlbau danke ich für das angenehme Arbeitsklima und die stetige Bereitschaft zu fachlichen Diskussionen.

Meinen Eltern danke ich für ihre liebevolle Unterstützung.

Die vorliegende Arbeit wurde durch ein von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördertes Forschungsprojekt finanziert.

Braunschweig, im Dezember 2004

Oliver Dreyer

Kurzfassung

Seit einigen Jahren wird häufig von Schwingungen schlanker Zugglieder berichtet, die sich durch große Amplituden und niedrige Frequenzen auszeichnen und die ausschließlich bei gleichzeitigem Auftreten von Regen und Wind zu beobachten sind. Die betroffenen Bauteile haben im Allgemeinen einen kreisrunden Querschnitt und sind schwach gedämpft, wie beispielsweise Kabel von Schrägseilbrücken, schwach geneigte Hänger von Bogenbrücken oder Abspannseile von Masten. Diese so genannten Regen-Wind induzierten Schwingungen beeinträchtigen die Gebrauchstauglichkeit und die Lebensdauer der Bauwerke.

Regen-Wind induzierte Schwingungen können entstehen, wenn sich Regentropfen auf der Oberfläche von Seilen oder Rundstäben sammeln und in Rinnsalen axial an diesen herunterfließen. Die Rinnsale stellen Ablösekanten für die umgebende Luftströmung dar. Bei einer schrägen Anströmung wird diese im Vergleich zur Umströmung symmetrischer Kreisquerschnitte so verändert, dass die sich einstellende Druckverteilung bzw. die daraus resultierenden Kräfte das betroffene Bauteil zu starken Schwingungen anregen. Durch die Einwirkung der Bauteilbewegungen und der Windkräfte schwingen außerdem die Rinnsale selbst auf der Bauteiloberfläche, was wiederum zu einer Veränderung der Druckverteilungen und der anregenden Kräfte führt.

In der vorliegenden Arbeit werden die in der Literatur angegebenen Berechnungsmodelle zur Erfassung Regen-Wind induzierter Schwingungen erweitert. Der verwendete ingenieurmäßige Ansatz beinhaltet zum einen die Bewegungsgleichungen des durchhangbehafteten Seils im dreidimensionalen Raum, zum anderen die aus einer Vereinfachung der *Navier-Stokes*-Gleichungen resultierenden Bewegungsgleichungen für die Rinnsale und schließlich die Berechnung der aerodynamischen Kräfte in Abhängigkeit von den Rinnsalstellungen auf dem Bauteil. Weiterhin erfolgt eine Überprüfung der Modellrechnungen anhand von in der Literatur dokumentierten Windkanal- und Feldmessungen sowie eine umfassende Parameterstudie bezüglich der relevanten Wind-, Rinnsal- und Seileigenschaften. Abschließend werden mögliche Maßnahmen zur Verhinderung Regen-Wind induzierter Schwingungen angegeben.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	V
Inhaltsverzeichnis	VII
Bezeichnungen	XI
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit	3
2 Stand der Forschung	5
2.1 Winderregte Seilschwingungen	5
2.1.1 Vorbemerkungen	5
2.1.2 Resonanzerregte Seilschwingungen	5
2.1.3 Selbsterregte Seilschwingungen	7
2.2 Regen-Wind induzierte Seilschwingungen	10
2.2.1 Überblick	10
2.2.2 Anregungsmechanismus	12
2.2.3 Bekannte Berechnungsmodelle	13
2.2.4 Eigenschaften der Schwingungen	16
3 Bewegungsgleichungen des Einzelseils	25
3.1 Vorbemerkungen	25
3.2 Lineare Schwingungstheorie der Saite	26

3.3	Nichtlineare Schwingungstheorie des durchhangbehafteten Seils	27
3.4	Seildämpfung	31
3.5	Numerische Auswertung	32
4	Bewegungsgleichungen der Rinnsale	37
4.1	Vorbemerkungen	37
4.2	Grundgleichungen	37
4.2.1	Kontinuitätsgleichung und <i>Navier-Stokes</i> -Gleichungen	37
4.2.2	Oberflächenspannung und Krümmungsdruck	40
4.2.3	Kontaktwinkel	42
4.2.4	Randbedingungen	44
4.3	Herleitung der Bewegungsgleichungen	45
4.3.1	Dimensionsbehaftete Formulierung	45
4.3.2	Dimensionslose Formulierung	47
4.3.3	Auswertung	49
4.4	Versuche zum Rinnsalverhalten	53
5	Aerodynamische Kräfte	57
5.1	Vorbemerkungen	57
5.2	Kräfte in laminarer Strömung	58
5.2.1	Mathematische Beschreibung der Kräfte	58
5.2.2	Windkanalversuche	61
5.3	Kräfte im natürlichen Windfeld	63
5.3.1	Beschreibung des turbulenten Windes	63
5.3.2	Mathematische Beschreibung der Kräfte	71
5.3.3	Windkanalversuche	72
6	Gesamtmodell, Ergebnisse und Klärung des Anregungsmechanismus	75
6.1	Berechnungsablauf im Gesamtmodell	75
6.2	Anregungsmechanismus Regen-Wind induzierter Seilschwingungen	76
6.2.1	Verlauf der aerodynamischen Beiwerte	76

6.2.2	Strömungsablösung und Wasserkanalversuche	78
6.3	Modellüberprüfung und Parameterstudie	81
6.3.1	Vorbemerkung	81
6.3.2	Statische Gleichgewichtslagen der Rinnsale	82
6.3.3	Windgeschwindigkeit	83
6.3.4	Schwingungsamplituden	85
6.3.5	Windanströmwinkel	86
6.3.6	Bauteilneigungswinkel und Ausprägung des Anregungsmechanismus	87
6.3.7	Windturbulenz, Seileigenformen und -frequenzen	89
6.3.8	Rinnsale und Regenmenge	92
7	Schwingungsmindernde Maßnahmen	95
7.1	Vorbemerkung	95
7.2	Gegenmaßnahmen	95
7.2.1	Profilierungen der Seiloberfläche	95
7.2.2	Störseile	97
7.2.3	Schwingungsdämpfer	97
8	Zusammenfassung und Ausblick	101
	Literaturverzeichnis	i
A	Aerodynamische Beiwerte	xiii

Bezeichnungen

a	Rinnsalbreite
a_∞	Rinnsalbreite im Endzustand
a_0, a_{0o}, a_{0u}	Breite des (oberen bzw. unteren) Rinnsals im Ausgangszustand
a_a	Rinnsalbreite bis zum unteren Rand
a_g	Balkenbreite des Turbulenzgitters
a_r	Rinnsalbreite bis zum oberen Rand
b	Rinnsalposition oder allgemeine Bezeichnung einer Strecke
c	viskoser Dämpfungskoeffizient eines diskreten Elements
c_i	viskoser Dämpfungskoeffizient eines diskreten Elements in Richtung i
c_φ	diskreter, viskoser Dämpfungskoeffizient der Rinnsale/Pendel
d	Seildurchmesser
\mathbf{b}_i	Vektor (<i>Newmark</i> -Verfahren)
f	Schwingungsfrequenz
f_a	Wirbelablösefrequenz
f_{di}	äußere Streckenlast in Richtung i im dynamischen Zustand
f_i	äußere Streckenlast in Richtung i
\mathbf{f}_i	Gleichgewichtsbedingung der Kräfte in Richtung i
f_n	n -te Eigenfrequenz
f_{ri}	Massenkräfte des Kontrollraums in Richtung i
g	Erdbeschleunigung
h	Rinnsalhöhe
h_G	Gradienthöhe
i	Index der Richtungen 1, 2, 3
j	Laufindex der Seilknoten
k	Laufindex der Iterationen (<i>Newton-Raphson</i> -Verfahren), Ortsindex oder Federsteifigkeit eines diskreten Elements
k_i	Federsteifigkeit eines diskreten Elements in Richtung i
l	Sehnenlänge, Laufindex der Seilknoten oder Ortsindex
l_r	Rinnsallänge

l_s	effektive Seillänge
m	diskrete Seilmasse
m_1, m_2	diskrete Masse von Rinnsal 1, 2
n	Nummer der Eigenform/-frequenz oder Elementanzahl des Seils
p	hydrodynamischer Druck
\bar{p}	unbekannte Komponente des hydrodynamischen Drucks
p_0	Atmosphärendruck
\bar{q}_D	aerodynamische Widerstandskraft
q_i, \bar{q}_i	Windlast in Richtung i
$\bar{q}_{\bar{i}}$	Windlast in Richtung i im gedrehten Koordinatensystem
\mathbf{q}_i	Kraftvektor in Richtung i
\bar{q}_L	aerodynamische Auftriebskraft
$\bar{q}_{M1}, \bar{q}_{M2}$	aerodynamische Momente an Rinnsal 1, 2
q_r	Regenmenge
q_{si}	statische Streckenlast in Richtung i
r	Seilradius
s	allgemeine Bezeichnung einer Länge
s_0	lokale Koordinate entlang der Seilachse im Ausgangszustand
s_d	lokale Koordinate entlang der Seilachse im dynamischen Zustand
s_g	Maschenweite des Turbulenzgitters
s_s	lokale Koordinate entlang der Seilachse im statischen Zustand
t	Zeitkoordinate
t_{ges}	Simulationsdauer
u	(effektive) Windgeschwindigkeit
u_0	natürliche Windgeschwindigkeit
\mathbf{u}_0	Vektor der natürlichen Windgeschwindigkeit
u_{01*}	Schubspannungsgeschwindigkeit
\bar{u}_{0i}	mittlere natürliche Windgeschwindigkeit in Richtung i
u'_{0i}	Schwankungsanteil der natürlichen Windgeschwindigkeit in Richtung i
\mathbf{u}_r	Geschwindigkeitsvektor
u_{red}	reduzierte Geschwindigkeit
u_{rel}	relative Windgeschwindigkeit
u_{ri}	Rinnsalgeschwindigkeit in Richtung i im karthesischen Koordinatensystem
x_{3m}	mittiger Seildurchhang in Richtung 3
x_c	Dämpferabstand vom Auflager
x_{di}	Koordinate in Richtung i im karthesischen Koordinatensystem im dynamischen Zustand
x_i, x_{ri}, x_{wi}	Koordinate in Richtung i im karthesischen Koordinatensystem

\bar{x}_i	Koordinate in Richtung i im gedrehten, karthesischen Koordinatensystem
\mathbf{x}_i	Verschiebungsvektor in Richtung i
x_g	Abstand des Turbulenzgitters zur Messebene
x_{w3}^{ref}	Bezugshöhe über Gelände
z	Hilfsvariable zur Ermittlung der Rinnsalhöhe
A	effektive Querschnittsfläche
\mathbf{A}	Matrix (<i>Newmark</i> -Verfahren)
\mathbf{C}	Dämpfungsmatrix
C_D	aerodynamischer Widerstandsbeiwert
C_i	aerodynamischer Beiwert in Richtung i
C_L	aerodynamischer Auftriebsbeiwert
C_M	aerodynamischer Momentenbeiwert
C_{M1}, C_{M2}	aerodynamischer Momentenbeiwert für Rinnsal 1, 2
$Co_{u_{0ik} u_{0il}}$	Co-Spektrum, Realteil von $S_{u_{0ik} u_{0il}}$
$C_{u_{0i}j}$	Abklingfaktor von u_{0i} in Richtung j
E	Elastizitätsmodul
F_i	(aerodynamische) Kräfte in Richtung i
F_r	resultierende Kraft
F_{ri}	Oberflächenkräfte des Kontrollraums in Richtung i
G	Hilfsfunktion zur Ermittlung der Rinnsalhöhe
G^I, G^{II}, G^{III}	Komponenten der Hilfsfunktion G
H	Rinnsalhöhe (dimensionslos)
$\mathbf{H}_{u_{01} u_{01}}$	untere Dreiecksmatrix von $\mathbf{S}_{u_{01} u_{01}}$
I_{u_1}	Turbulenzintensität von u in Richtung 1
$I_{u_{0i}}$	Turbulenzintensität von u_0 in Richtung i
\mathbf{J}_i	<i>Jakobi</i> -Matrix
\mathbf{K}	Steifigkeitsmatrix
K_2, K_3	Hilfsvariablen zur Ermittlung der Rinnsalhöhe
$L_{u_{01k} u_{01k}}$	Integrallängenmaß von u_0 in Richtung 1 an der Stelle k
\mathbf{M}	Massenmatrix
M_i	Momente um Achse i
$M_{\varphi 1}, M_{\varphi 2}$	aerodynamisches Momente am Rinnsal 1, 2
N	Anzahl der Stützstellen im Frequenzbereich
$Qu_{u_{0ik} u_{0il}}$	Quadratspektrum, Imaginärteil von $S_{u_{0ik} u_{0il}}$
Re	<i>Reynolds</i> -Zahl
$R_{u_{0ik} u_{0ik}}$	Autokorrelationsfunktion von u_0 in Richtung i an der Stelle k

$R_{u_{0ik} u_{0il}}$	Kreuzkorrelationsfunktion von u_0 in Richtung i an den Stellen k und l
S	resultierende Seilkraft
\bar{S}	Seilkraftzuwachs zwischen statischem und dynamischem Zustand
Sc	<i>Scruton</i> -Zahl
S_d	resultierende Seilkraft im dynamischen Zustand
S_i	Seilkraftkomponente in Richtung i
S_s	resultierende Seilkraft im statischen Zustand
St	<i>Strouhal</i> -Zahl
$\mathbf{S}_{u_{01} u_{01}}$	Spektraldichtematrix von u_0 in Richtung 1
$S_{u_{0ik} u_{0ik}}$	Autoleistungsspektrum bezüglich $R_{u_{0ik} u_{0ik}}$
$S_{u_{0ik} u_{0il}}$	Kreuzleistungsspektrum bezüglich $R_{u_{0ik} u_{0il}}$
T	Periodendauer oder Mittlungszeit
$T_{u_{0ik} u_{0ik}}$	Integralzeitmaß von u_0 in Richtung i an der Stelle k
V	Volumen
α	Profillexponent
α_a	unterer Kontaktwinkel zwischen Feststoff und Flüssigkeit (bei einer geneigten Ebene, dimensionslos)
α_i	Richtungswinkel der Seilkraftkomponente in Richtung i
α_I, α_{II}	relativer Anströmwinkel von Rinnsal 1, 2
α_N	Parameter (<i>Newmark</i> -Verfahren, $\alpha_N = 1/2$)
α_r	oberer Kontaktwinkel zwischen Feststoff und Flüssigkeit (bei einer geneigten Ebene, dimensionslos)
α_R	Faktor (<i>Rayleigh</i> -Dämpfung)
$\bar{\alpha}_v$	Richtungswinkel der relativen Windgeschwindigkeit
β	Windangriffswinkel im dynamischen Zustand, effektive Windrichtung
β_N	Parameter (<i>Newmark</i> -Verfahren, $\beta_N = 1/4$)
β_R	Faktor (<i>Rayleigh</i> -Dämpfung)
γ	viskoser Dämpfungskoeffizient oder Neigungswinkel einer Ebene
γ_i	viskoser Dämpfungskoeffizient in Richtung i
γ_{krit}	kritischer viskoser Dämpfungskoeffizient
$\gamma_{u_{0ik} u_{0il}}$	Kohärenz bezüglich $S_{u_{0ik} u_{0il}}$
δ	Neigungswinkel der Seilsehne
$\bar{\epsilon}$	Dehnungszuwachs zwischen statischem und dynamischem Zustand
ϵ_d	Dehnung im dynamischen Zustand
ϵ_s	Dehnung im statischen Zustand
η	dynamische Zähigkeit
θ	statischer Kontaktwinkel zwischen Feststoff und Flüssigkeit (bei einer

	horizontalen Ebene)
θ_0	Kontaktwinkel (Ausgangszustand)
$\theta_a, \bar{\theta}_a$	unterer, statischer/dynamischer Kontaktwinkel zwischen Feststoff und Flüssigkeit (bei einer geneigten Ebene)
$\theta_r, \bar{\theta}_r$	oberer, statischer/dynamischer Kontaktwinkel zwischen Feststoff und Flüssigkeit (bei einer geneigten Ebene)
$\theta_{u_{0ik} u_{0il}}$	Phasenwinkel
ϑ_1, ϑ_2	Position von Rinnsal 1, 2 im gedrehten Koordinatensystem
κ	Rauhigkeitskoeffizient
λ^2	unabhängiger Seilparameter
λ_r	Gleitkoeffizient
$\bar{\lambda}_r$	Gleitkoeffizient (dimensionslos)
μ	Massenbelegung pro Längeneinheit des Seils
μ_0	Massenbelegung pro Längeneinheit des Seils im Ausgangszustand
μ_d	Massenbelegung pro Längeneinheit des Seils im dynamischen Zustand
μ_s	Massenbelegung pro Längeneinheit des Seils im statischen Zustand
ν	kinematische Zähigkeit
ν_l	kinematische Zähigkeit der Luft
ν_w	kinematische Zähigkeit des Wassers
ξ	Dämpfungsgrad, bezogene Dämpfung
ξ_r	Koordinate zur Beschreibung des Rinnsals (dimensionslos)
ρ	Dichte
ρ_l	Dichte der Luft
$\rho_{u_{0ik} u_{0ik}}$	Autokorrelationskoeffizient von u_0 in Richtung i an der Stelle k
ρ_w	Dichte des Wassers
σ	Oberflächenspannung
σ_{fl}	Oberflächenspannung an der Grenzfläche zwischen Feststoff und Luft
σ_{fw}	Oberflächenspannung an der Grenzfläche zwischen Feststoff und Wasser
σ_{ri}	Normalspannung am Kontrollraum in Richtung i
$\sigma_{u_{0i}}$	Standardabweichung des Zufallsprozesses u_{0i}
σ_{wl}	Oberflächenspannung an der Grenzfläche zwischen Wasser und Luft
τ	Zeit (dimensionslos) oder Zeitdifferenz
τ_{rij}	Schubspannung am Kontrollraum in Richtung i/j
φ_1, φ_2	Position von Rinnsal 1, 2
ψ	Windanströmwinkel
ω_n	n -te Eigenkreisfrequenz
$\bar{\omega}_n$	n -te bezogene Eigenkreisfrequenz

Δf	Abtastfrequenz
Λ	logarithmisches Dämpfungsdekrement
Φ_{lm}	gleichverteilte Zufallszahl, Winkel

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Problemstellung

Schon in den 70er Jahren berichteten zahlreiche Autoren von starken, niederfrequenten Schwingungen biegeweicher Zugglieder, die häufig bei regnerischem Wetter auftraten. Bekannte Beispiele sind Seilschwingungen an der Köhlbrandbrücke in Hamburg [139] und an der Brotonne Brücke bei Caudebec-en-Caux in Frankreich [129]. Vermutlich beruhten diese und andere beobachtete Schwingungen auf einem Phänomen, dass erst Mitte der 80er Jahre als solches erkannt und genauer untersucht wurde. *Hikami* [33, 34] stellte 1986 bei Messungen in der Bauphase der Meikonishi Brücke bei Nagoya in Japan als Erster einen Zusammenhang zwischen den Bauteiloszillationen, dem Wind und dem Regenwasser auf der glatten Oberfläche der mit PE-Rohren ummantelten Seile fest. Aufgrund seiner Nachforschungen sah er die Ursache für die Schwingungen in einem dem Galloping ähnlichen, bewegungsinduzierten Anregungsmechanismus.



Abbildung 1.1: Elbebrücke, Dömitz



Abbildung 1.2: Hängeranschluss mit Ermüdungsanriss



Abbildung 1.3: Erasmusbrücke, Rotterdam

In den folgenden Jahren konnten diese so genannten Regen-Wind induzierten Seilschwingungen immer wieder beobachtet werden.

Ungefähr zwei Jahre nachdem die Elbebrücke bei Dömitz (Abbildung 1.1) im Zuge der Bundesstraße 191 wieder dem Verkehr übergeben wurde, traten an einigen Anschlüssen der leicht geneigten Hänger Ermüdungsanrisse auf (Abbildung 1.2). Die Ursache waren unerwartet starke Schwingungen der geschädigten Bauteile im Winter 1993/94 bei gleichzeitigem Auftreten von Regen und Wind [54]. Die maximalen Doppelamplituden der Hängerschwingungen betrugen in etwa 0,3 m.

Im November 1996 wurde die gerade eröffnete Erasmusbrücke in Rotterdam (Abbildung 1.3) vorübergehend wieder gesperrt. Bei einer Windgeschwindigkeit von ca. 14 m/s und leichtem Regen schlangen mehrere Abspannseile in der zweiten und dritten Eigenform mit Doppelamplituden von bis zu 0,7 m [26].

Auch die Schrägseile der Fred Hartman Brücke in Houston, Texas (Abbildung 1.4) waren anfällig für Regen-Wind induzierte Schwingungen, was zu Anrissen an zahlreichen Schweißnähten an den Seilverankerungen führte. Aus diesem Grund führten *Main* und *Jones* [57] Ende der 90er Jahre umfangreiche Messungen an der Brücke durch und werteten diese hinsichtlich maßgebender Einflussgrößen, wie Windrichtung, Windgeschwindigkeit und Regenintensität, aus.



Abbildung 1.4: Fred Hartman Brücke, Houston, Texas

Robra [91] trägt zahlreiche weitere, in der Literatur dokumentierte Fälle Regen-Wind induzierter Schwingungen von Brückenseilen und -hängern zusammen.

1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Die in Abschnitt 1.1 geschilderten Beispiele zeigen, dass das neuartige Phänomen der Regen-Wind induzierten Schwingungen in der jüngeren Vergangenheit zu Problemen führte und aufgrund der immer schlanker werdenden Bauweisen sowie größeren Spannweiten und Höhen auch in Zukunft ein bestimmendes Thema im Bereich der Seiltragwerke bleiben wird. Da die starken Schwingungen die Gebrauchstauglichkeit und die Lebensdauer der betroffenen Bauwerke beeinträchtigen und die erforderlichen Gegenmaßnahmen die Baukosten erhöhen [88], begannen Wissenschaftler bereits Mitte der 80er Jahre auf diesem Gebiet zu forschen. Mittlerweile stehen neben Theorien, die den Anregungsmechanismus erklären, auch einige Berechnungsmodelle zur Verfügung, die die maßgebenden Eigenschaften Regen-Wind induzierter Schwingungen recht gut annähern können [69, 137]. Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Modell zu entwickeln, dass es ermöglicht, die Amplituden, Frequenzen und anderen wichtigen Merkmale der Seilschwingungen nachzubilden. Dabei trägt die Simulation im Zeitbereich den zahlreichen Nichtlinearitäten des Problems Rechnung. Unterschiede und Ergänzungen finden sich im Vergleich zu den vorhandenen Algorithmen vor allem bei den angewendeten Bewegungsgleichungen für das Seil, der Beschreibung der strömenden Wasserrinnale auf der Seiloberfläche und der Berücksichtigung der Windturbulenz als Parameter bei der Ermittlung der aerodynamischen Kräfte.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in acht Hauptabschnitte. Um auf eine vollständige Definition aller Variablen im nachfolgenden Text verzichten zu können, findet sich eingangs eine Auflistung aller Bezeichnungen und der zugehörigen Erklärungen. Der Einleitung in

diesem Abschnitt folgt in Kapitel 2 eine kurze Zusammenstellung der bekannten winderregten Schwingungsphänomene von Einzelseilen. Daran anschließend wird der aktuelle Stand des Wissens, bezogen auf das Thema Regen-Wind induzierte Schwingungen, dargestellt. Dies umfasst die Bedingungen, unter denen das Phänomen auftreten kann, die wichtigsten Parameter und deren Einfluss auf das Erscheinungsbild der Schwingungen sowie die in der Literatur angegebenen Modellierungsansätze zur Berechnung.

Die nächsten drei Abschnitte enthalten die Beschreibung der Komponenten des hier verwendeten Berechnungsmodells. In Kapitel 3 wird die Herleitung der Bewegungsgleichungen des durchhangbehafteten Seils im dreidimensionalen Raum wiedergegeben. Kapitel 4 beinhaltet die Darstellung und Untersuchung der aus einer Vereinfachung der *Navier-Stokes*-Gleichungen resultierenden Bewegungsgleichungen für die Ablaufrinnsale des Regenwassers auf der Seiloberfläche. In Kapitel 5 erfolgt die Berechnung der aerodynamischen Kräfte bei laminarer und turbulenter Anströmung in Abhängigkeit von den Rinnsalstellungen sowie die Dokumentation der durchgeführten Windkanalversuche.

Abschnitt 6 umfasst die Zusammenfügung und Validierung des Gesamtmodells, gefolgt von einer ausführlichen Parameterstudie und der Deutung der berechneten Ergebnisse im Hinblick auf den zugrundeliegenden Anregungsmechanismus.

Den Abschluss der Arbeit bilden Kapitel 7 und 8, in denen ein Überblick über die in der Praxis relevanten schwingungsmindernden Maßnahmen sowie eine Zusammenfassung und ein Ausblick gegeben werden.

Kapitel 2

Stand der Forschung

2.1 Winderregte Seilschwingungen

2.1.1 Vorbemerkungen

Bei der Modellierung des erst seit einigen Jahren von verschiedenen Wissenschaftlern untersuchten Anregungsmechanismus der Regen-Wind induzierten Seilschwingungen ist es hilfreich, zunächst die bereits seit langem bekannten winderregten Schwingungsphänomene von Seilen zu betrachten. Diese können auftreten, wenn es zu einem ausreichend großen Energieeintrag aus der umgebenden Luftströmung in die schlanken, leichten und schwach gedämpften Systeme kommt.

Es gibt zahlreiche mögliche Ursachen für das Auftreten windinduzierter Schwingungen von Seilen, die üblicherweise in resonanzerregte und selbsterregte Phänomene gegliedert werden [71]. Die einzelnen Anregungsarten können allerdings auch gemeinsam auftreten.

Zur Ergänzung des hier gegebenen Überblicks sei insbesondere auf die weiterführenden Ausführungen von *Blevins* [3], *Dinkler* [14], *Niemann* und *Peil* [74] sowie *Ruscheweyh* [96] hingewiesen.

2.1.2 Resonanzerregte Seilschwingungen

Die resonanzerregten Schwingungsmechanismen gliedern sich in Böen-, Wirbel-, Fußpunkt-erregung und Interferenzeffekte. Sie verbindet die Eigenschaft, dass sie besonders dann große Amplituden verursachen, wenn die Frequenz der periodischen, störinduzierten Kräfte

nahe einer Eigenfrequenz, d.h. im Resonanzbereich, des erregten Systems liegt. Im Gegensatz zu bewegungsinduzierten Schwingungen werden die Störkräfte nicht maßgeblich durch die Bewegung der erregten Bauteile beeinflusst.

Böenerregung

Infolge stochastischer Schwankungen der Windgeschwindigkeit verändern sich die aerodynamischen Kräfte auf das angeströmte Seil [83]. Daraus können Seilschwingungen resultieren, die hauptsächlich in Windrichtung auftreten und nur bei hohen Windgeschwindigkeiten nennenswerte Amplituden liefern, da der Energieeintrag unregelmäßig stattfindet.

Wirbelerregung

Bei kreisförmigen Querschnitten lösen sich, bedingt durch die Oberflächenrauigkeit, rhythmisch und wechselseitig Wirbel an den Seiten des Profils ab [45]. Dies führt zu Geschwindigkeitsschwankungen und somit, nach dem Gesetz von *Bernoulli*, auch zu periodischen Änderungen des lateralen Druckes. Die entstehenden Quertriebskräfte verursachen Bauteilschwingungen quer zur Anströmrichtung. Abbildung 2.1 zeigt schematisch die Lage der Ablösepunkte und den Strömungszustand im Nachlauf. Die *Reynolds*-Zahl Re ist abhängig von der Anströmgeschwindigkeit u , dem Kreisdurchmesser d und der kinematischen Zähigkeit ν des strömenden Fluids (Luft: $\nu_l \cong 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ bei 15°C und $1013,25 \text{ hPa}$).

$$Re = \frac{u d}{\nu} \quad (2.1)$$

Eine Wirbelstraße bildet sich vor allem im unterkritischen Re -Bereich ($Re < 3,5 \cdot 10^5$) und in geringerem Maße auch im transkritischen Bereich ($Re > 7 \cdot 10^6$). Die Frequenz der Wirbelablösung f_a beträgt:

$$f_a = St \frac{u}{d} \quad (2.2)$$

Bei einer *Strouhal*-Zahl für Kreisquerschnitte von $St \cong 0,2$ und den gebräuchlichen Seildurchmessern im Bauwesen führt Gleichung (2.2) für die in Abschnitt 2.2.4 angegebenen Geschwindigkeiten zu relativ hohen Wirbelablösefrequenzen. Die Resonanzanregung durch Wirbelbildung erfolgt somit hauptsächlich in höheren Seileigenformen mit geringen Amplituden.

Matsumoto [64] berichtet außerdem von dem so genannten high-speed vortex-shedding. Dieser Mechanismus tritt bei sehr hohen Windgeschwindigkeiten an geneigten Seilen auf.

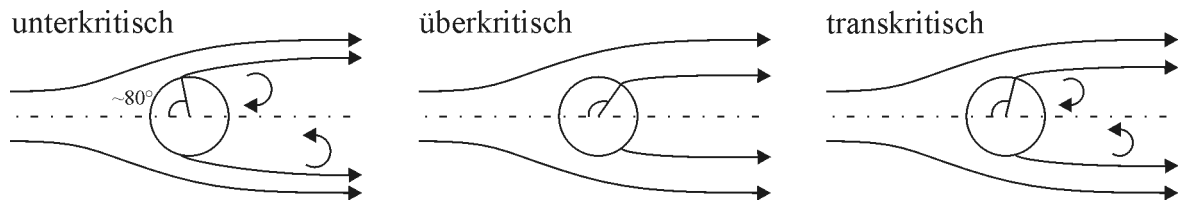


Abbildung 2.1: Strömungszustand um einen glatten Kreiszylinder bei verschiedenen *Reynolds*-Zahlen

Die Ursache ist vermutlich die kombinierte Wirkung einer seitlichen Ablösung von Wirbeln unterschiedlicher Größe und einer axialen Nachlaufströmung.

Fußpunkterregung (Parametererregung)

Periodische Bewegungen von Brückenüberbauten, -pylonen und Masten können durch Verkehrs-, Wind- oder Erdbebeneinwirkung hervorgerufen werden. Über die Anschlusspunkte der verbundenen Konstruktionen kann es zu Schwingungsanregungen der Seile mit beträchtlichen Amplituden kommen, wenn die Eigenfrequenzen von Bauwerk und Seil in einem ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen [49].

Interferenzeffekte

Der turbulente Nachlauf eines in Strömungsrichtung vorgelagerten Objekts kann, ähnlich wie der turbulente Wind selbst, ein Seil zu Schwingungen anregen [13].

2.1.3 Selbsterregte Seilschwingungen

Zu den selbsterregten Schwingungsphänomenen von Seilen gehören die drag instability, das Galloping, das Interferenzgalloping, das Spiralseilflattern und die Regen-Wind induzierten Schwingungen. Letztere werden in Abschnitt 2.2 ausführlich betrachtet. Durch eine Anfangsstörung verursachte Bewegungen eines umströmten Bauteils können das Strömungsfeld so beeinflussen, dass es durch die Fluidkräfte zu einem Energieeintrag in das System kommt. Die Amplituden bewegungsinduzierter Schwingungen nehmen zu, solange die anfachende Energie größer ist als die durch Dämpfung dissipierte Energie.

Drag instability

Im Bereich kritischer *Reynolds*-Zahlen weist der Verlauf des aerodynamischen Widerstandsbeiwerts C_D runder Querschnitte ein starkes Gefälle auf. Liegt die Windgeschwindigkeit,

die über Gleichung (2.1) mit der *Reynolds*-Zahl verknüpft ist, in diesem Bereich, so bewirkt eine Bewegung des Seils entgegen der Windrichtung, dass die relative Anströmgeschwindigkeit und auch die *Reynolds*-Zahl steigen. Dadurch verringert sich der Luftwiderstandsbeiwert und das Seil schwingt weiter entgegen der Windrichtung. Ähnliche Zusammenhänge gelten für die Gegenbewegung.

Galloping

Das Galloping, auch als Formanregung bezeichnet, ist seit den Untersuchungen von *Den Hartog* [15] bekannt. Da dieses Phänomen den Regen-Wind induzierten Schwingungen sehr ähnelt, erfolgt hier eine ausführliche Beschreibung. Unter bestimmten Witterungsbedingungen können sich an runden Kabeln Eisfahnen bilden. Dadurch entsteht ein unsymmetrischer Gesamtquerschnitt. Wird das System durch eine Störung senkrecht zur Windrichtung bewegt (Richtung x_3), stellt sich durch die in Abbildung 2.2 skizzierte Vektoraddition des Windes u mit dem "Fahrtwind" $\partial x_3 / \partial t$ ein relativer Wind u_{rel} ein, der in einem Winkel β zur ursprünglichen Anströmrichtung x_1 verläuft. Dies entspricht einer schrägen Anströmung. Die Ablösekanten liegen nicht mehr symmetrisch zur Windrichtung. Es entsteht eine unsymmetrische Umströmung und somit eine unsymmetrische Druckverteilung um den Querschnitt. Die resultierende Quertriebskraft F_3 weist in die Richtung der Anfangsstörung. Infolge der positiven verrichteten Arbeit wird die Bewegung unterstützt, d.h. die Schwingung angefacht. Zur Beschreibung des klassischen Galloping senkrecht zur Anströmrichtung genügt ein zweidimensionales Modell mit einem Freiheitsgrad (Abbildung 2.2). Für kleine Winkel β gelten die Vereinfachungen:

$$\beta = \arctan \left(\frac{\partial x_3}{\partial t} \frac{1}{u} \right) \cong \frac{\partial x_3}{\partial t} \frac{1}{u} \quad (2.3)$$

$$u_{rel} = \frac{u}{\cos \beta} \cong u, \quad C_3 \cong -C_L \cos \beta - C_D \sin \beta \cong -(C_L + C_D \beta) \quad (2.4)$$

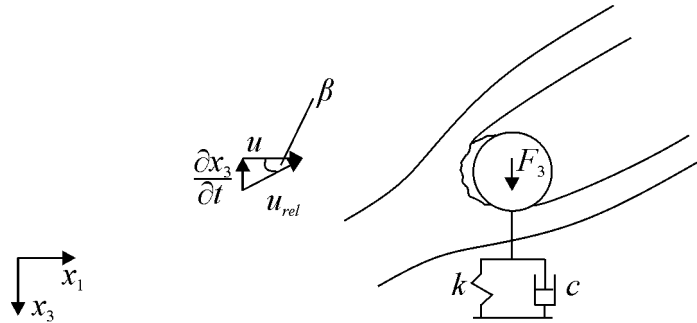


Abbildung 2.2: Seilquerschnitt mit Eisansatz

Nach einer Reihenentwicklung der quasi-stationären Windkraft F_3 , die nach dem linearen Glied abgebrochen wird, ergibt sich:

$$F_3(\beta) = \frac{1}{2} \rho_l d u^2 C_3(\beta) \quad (2.5)$$

$$\cong \frac{1}{2} \rho_l d u^2 \left(C_3 + \frac{\partial C_3}{\partial \beta} \beta \right) \quad (2.6)$$

$$\cong -\frac{1}{2} \rho_l d u^2 \left[C_L|_{\beta=0} + \left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta} + C_D \right) \frac{\partial x_3}{\partial t} \frac{1}{u} \right] \quad (2.7)$$

Die Bewegungsgleichung lautet somit:

$$m \frac{\partial^2 x_3}{\partial t^2} + \underbrace{\left[c + \frac{1}{2} \rho_l d u \left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta} + C_D \right) \right]}_{\text{Gesamtdämpfung}} \frac{\partial x_3}{\partial t} + k x_3 = -\frac{1}{2} \rho_l d u^2 C_L|_{\beta=0} \quad (2.8)$$

Die Gesamtdämpfung setzt sich aus der Strukturdämpfung c und der so genannten aerodynamischen Dämpfung zusammen. Aus einer negativen aerodynamischen Dämpfung, die betragsmäßig größer ist als die Strukturdämpfung, resultiert eine negative Gesamtdämpfung und Galloping-Schwingungen entstehen. Bei Vernachlässigung von c ergibt sich das *Den Hartog*-Kriterium für das Einsetzen der Galloping-Instabilität:

$$\left(\frac{\partial C_L}{\partial \beta} + C_D \right) < 0 \quad (2.9)$$

Ausgehend von einem kritischen Mindestwert steigen die Schwingungsamplituden mit zunehmender Windgeschwindigkeit stetig an. Neben dem vorgestellten Modell existieren weitere genauere Untersuchungen zum Galloping, beispielsweise unter Einbeziehung der Freiheitsgrade Torsion und Translation in Windrichtung [16, 70, 74, 79] oder unter Berücksichtigung verschiedener Turbulenzgrade der Strömung [77]. Den meisten Veröffentlichungen liegt die Annahme zugrunde, dass bei einer schrägen Anströmung die Längskomponente des Windes entlang des Kabels keinen Einfluss auf die Schwingungen hat (Streifentheorie).

Interferenzgalloping

Das Interferenzgalloping kann bei mehreren relativ dicht nebeneinander gespannten Seilen auftreten. Nach Überschreitung eines bestimmten Anströmwinkels schlägt die Strömung

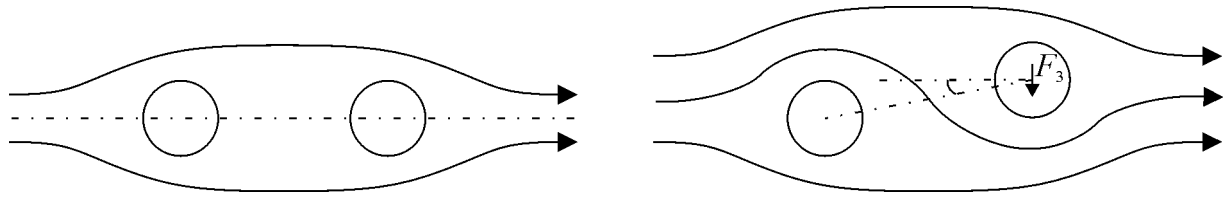


Abbildung 2.3: Umschlag der Strömungszustände bei Seilgruppen

um und die Luft fließt, wie in Abbildung 2.3 dargestellt, durch den Zwischenraum der Seile. Durch die Geschwindigkeitserhöhung bzw. die Drucksenkung an einer Seite des Querschnitts entsteht die Sogkraft F_3 , die das Seil in Richtung der Ausgangslage zurückzieht. Es schwingt über diese Position hinaus und der Vorgang wiederholt sich entsprechend [74].

Spiralseilflattern

Bei offenen Spiralseilen besteht infolge der unterschiedlichen relativen Anströmung der einzelnen geneigten Litzen an der Ober- und Unterseite des Bauteils und der damit verbundenen unsymmetrischen Lage der Strömungsablösepunkte am Querschnitt die Möglichkeit, dass selbsterregte Schwingungen zustande kommen.

2.2 Regen-Wind induzierte Seilschwingungen

2.2.1 Überblick

Wie eingangs bereits erwähnt, identifizierte *Hikami* [33, 34] im Jahre 1986 als Erster das Phänomen der Regen-Wind induzierten Seilschwingungen. Seine Beobachtungen an der Meikonishi Brücke bei Nagoya in Japan ergänzte er durch Windkanalversuche. Außerdem beschrieb er einige der wichtigsten Einflussgrößen auf die Schwingungsamplituden und -frequenzen, beispielsweise die Windrichtung, die Windgeschwindigkeit sowie die Regenintensität (Abschnitt 2.2.4) und erklärte den grundlegenden Anregungsmechanismus, der auf dem Zusammenspiel von Bauteilschwingung, Rinnsalbewegung und Windkraft beruht (Abschnitt 2.2.2).

Matsumoto et al. [64, 61, 65, 60, 59] zeigten mit Hilfe von umfangreichen Windkanalversuchen, dass ein oberes Wasserrinnsal auf dem Seilquerschnitt von entscheidender Bedeutung bei der Entstehung von Regen-Wind induzierten Schwingungen ist. Zudem machten ihre Experimente deutlich, dass bei einer Anströmung geneigter Seile zwei weitere Effekte zusammenwirken: Zum einen gehen die Autoren von der Bildung einer Axialströmung im

Nachlauf des geneigten Seils aus, die bei Regen die Wirkung des oberen Rinnsals unterstützt und bei trockenen Witterungsbedingungen die alleinige Ursache für die aeroelastische Instabilität ist. Im letzteren Fall sind die im Versuch beobachteten Amplituden allerdings deutlich geringer als die Schwingweiten von Regen-Wind induzierten Schwingungen. Zum anderen konnte die Ablösung von vergrößerten Wirbeln festgestellt werden, die ähnlich wie eine *Karman*sche Wirbelstraße zu einer Resonanzregung führen kann. Dieses Phänomen heißt high-speed vortex-shedding, da es erst bei hohen reduzierten Geschwindigkeiten auftritt (Abschnitt 2.1.2).

Saito et al. [101] wiesen auf die geringere Schwingungsgefährdung von Seilen bei steigendem Turbulenzgrad der Anströmung und höherer Seildämpfung hin. Außerdem installierten sie Störstreifen auf der Seiloberfläche und verhinderten so erfolgreich eine Anregung. Schwingungsmindernde Maßnahmen in Form von Oberflächenprofilierungen oder Wendeln zur Behinderung der Rinnsalbildung waren auch die Schwerpunkte der Arbeiten von *Flamand* [22] und *Kobayashi* et al. [48]. *Gu* und *Du* [30] sowie *Zuo* und *Jones* [143] befassten sich mit externen Kolbendämpfern (Kapitel 7).

Weitere Veröffentlichungen zu Messungen von Regen-Wind induzierten Seilschwingungen an Schrägseilbrücken stammen von *Geurts* und *van Staalduinen* [26] sowie *Main* und *Jones* [57]. Ausgehend von Untersuchungen an der Elbebrücke bei Dömitz identifizierten *Rusche- weyh* und *Verwiebe* [54, 98, 99, 100, 121] bei leicht geneigten Hängern drei verschiedene Anregungsformen (Abschnitt 2.2.2).

Das erste analytische Rechenmodell veröffentlichte *Yamaguchi* [137]. Er sah Regen-Wind induzierte Schwingungen als einen selbsterregten Mechanismus an und koppelte die Bewegung des oberen Wasserrinnsals auf der Seiloberfläche an die Querschwingungen des Seils. *Nahrath* [69] erweiterte diesen Ansatz durch die Einbeziehung eines zusätzlichen translatorischen Freiheitsgrads des Seils und durch die Berücksichtigung des unteren Rinnsals (Abschnitt 2.2.3).

Robra [91] trug die wichtigsten, bis 2003 veröffentlichten Forschungsergebnisse zum Thema Regen-Wind induzierte Schwingungen, darunter Messergebnisse an Originalbauwerken und Windkraftbeiwerte von Kreisprofilen mit Störstreifen, zusammen. Zudem führte er an starren Zylindern und gespannten linearen Saiten Modellrechnungen durch und bewertete bisherige Simulationen. Erstmals berechnete er neben Regen-Wind induzierten Schwingungen infolge eines oberen Rinnsals auch solche Schwingungen, die ausschließlich durch ein unteres Rinnsal verursacht wurden [99].

Aufbauend auf der relativ unkomplizierten und deshalb in Versuchen häufig genutzten Modellierung der Rinnsale als künstliche Störstreifen, untersuchten einige Autoren die Form und die Bewegung der Wasserrinnsale während des Schwingungsverlaufs genauer. *Schwarzkopf* und *Sedlacek* [107] verwendeten ein System aus Hochgeschwindigkeitskameras, also ein optisches Verfahren. Im Gegensatz dazu setzte *Cosentino* [9, 10] elektronische Sensoren auf der Oberfläche seines Windkanalmodells ein. Desweiteren zeichnete er die Luftdruckverteilungen um den schwingenden Querschnitt auf und wies auf ihren entscheidenden Einfluss beim Zustandekommen des Anregungsmechanismus hin.

2.2.2 Anregungsmechanismus

Nach dem derzeitigen Stand des Wissens werden Regen-Wind induzierte Schwingungen durch einen rein bewegungsinduzierten Mechanismus angeregt. Lediglich als Anfangsstörung ist beispielsweise eine Böen- oder Wirbelerregung erforderlich.

Bei regnerischen Witterungsbedingungen treffen Regentropfen auf die Oberflächen von Seilen oder Rundstäben. Durch die Oberflächenspannung des Wassers bilden sich Tropfen und infolge von Adhäsionskräften haften diese an den Bauteiloberflächen. Unter der Wirkung der Erdbeschleunigung und des Windes sammeln sich die Tropfen in Wasserrinnsalen, die in axialer Richtung an den Zuggliedern herablaufen. Ein Rinnsal bildet sich an der Unterseite des betrachteten Seils. Überschreitet die Windgeschwindigkeit einen kritischen Wert, entwickelt sich durch die stützende Windkraft ein weiteres Rinnsal an der Oberseite des Querschnitts (Abbildung 2.4). Seil und Rinnsale gemeinsam bilden einen neuen wirksamen Gesamtquerschnitt. Bei einer schrägen Windanströmung dieses Querschnitts (Abschnitt 2.1.3) kann es bedingt durch die Rinnsale, die als Ablösekanten wirken, zu einer unsymmetrischen Umströmung und somit zu einer unsymmetrischen Druckverteilung um das Seil kommen. Die resultierenden Kräfte regen das Bauteil zu Schwingungen an. Durch die Wirkung der Seilbewegungen und der Windkräfte schwingen die Rinnsale selbst auf der Bauteiloberfläche, was neben der ständigen Änderung der relativen Windrichtung bezogen auf die Ablösekanten, zu permanent wechselnden Druckverteilungen und anregenden Kräften führt. Dadurch kommt es zu einem Energieeintrag in das System. Ähnlich wie bei Galloping-instabilen Profilen (Gleichung (2.9): *Den Hartog*-Kriterium) weist ein kreisrunder Querschnitt mit einem oberen, luvseitigen Rinnsal große Gradienten im Verlauf der aerodynamischen Kraftbeiwerte auf. Die Rinnsale bewegen sich auf der Seiloberfläche in der Frequenz der Bauteilschwingungen.

Nach Berichten von *Verwiebe* [121] können Regen-Wind induzierte Schwingungen, bedingt durch unterschiedliche Randbedingungen, in drei verschiedenen Ausprägungen auftreten:

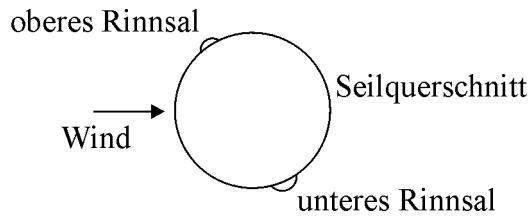


Abbildung 2.4: Seilquerschnitt mit oberem und unterem Rinnsal

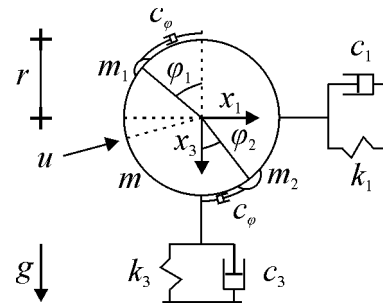


Abbildung 2.5: Berechnungsmodell nach Nahrath [69]

- Bildet sich jeweils ein Rinnsal an der Oberseite und an der Unterseite des Querschnitts, schwingt das Seil hauptsächlich quer zur Anströmrichtung. Dabei bewegen sich die Rinnsale auf der Seiloberfläche in die gleiche Umlaufrichtung. Die überwiegende Mehrheit der Wissenschaftler, die sich mit diesem Thema befassen, vertreten die These, dass das obere Rinnsal von entscheidender Bedeutung für das Zustandekommen von Regen-Wind induzierten Schwingungen ist [4, 9, 22, 34, 60]. Dieser Schwingungstyp tritt besonders bei geneigten Schrägseilen auf und führt zu sehr großen Amplituden.
- Unter Umständen kann es auch zu Querschwingungen kommen, wenn lediglich ein unteres Rinnsal am geneigten Bauteil herabfließt [121]. Die beobachteten Amplituden sind im Vergleich zum ersten Fall allerdings deutlich kleiner.
- Bei einer Windanströmung parallel zur Seilebene entstehen nach Verwiebe [121] zwei seitliche Wasserrinnsale, die sich auf der Oberfläche des Bauteils in entgegengesetzte Umlaufrichtungen bewegen. Neben Querschwingungen treten dann vor allem Bewegungen in Windrichtung auf.

2.2.3 Bekannte Berechnungsmodelle

Seit dem Bekanntwerden des Phänomens Regen-Wind induzierter Schwingungen arbeiten weltweit zahlreiche Forscher auf diesem Gebiet. Die meisten Untersuchungen konzentrieren sich auf Messungen an Originalbauwerken oder im Windkanal. Dies ist durchaus sinnvoll, da das Thema noch relativ neu ist. Dennoch gibt es bereits einige vereinfachte Berechnungsansätze, um die Schwingungsanfälligkeit betroffener Seile zu bestimmen und die Amplituden abzuschätzen. Nahrath [69] diskutiert mögliche windinduzierte Anregungsmechanismen für die angegebenen Ausprägungen von Regen-Wind induzierten Schwingungen. Die bei Messungen häufig festgestellte Tatsache, dass das Phänomen nur innerhalb eines

gewissen Windgeschwindigkeitsbereichs auftritt, legt die Vermutung nahe, dass eine Resonanzregung durch Wirbelbildung mit lock-in-Effekt vorliegt. Dies würde allerdings nicht die Beobachtung der sehr großen Amplituden und der niedrigen Frequenzen erklären (Abschnitt 2.2.4). Das zuletzt genannte Argument macht ebenfalls eine Böen- oder Fußpunkterregung unwahrscheinlich. Da Regen-Wind induzierte Schwingungen auch bei Einzelseilen bzw. weit auseinander liegenden Zuggliedern registriert wurden, kommen auch Interferenzeffekte als Hauptgrund nicht in Frage. Die großen auftretenden Amplituden und die Änderung des Querschnitts durch die Rinnsale weisen auf einen Mechanismus hin, der mit dem Galloping verwandt ist. Im Gegensatz zu dieser bewegungsinduzierten Anfachung haben Regen-Wind induzierte Schwingungen allerdings keinen divergenten Charakter und durch die Rinnsalbewegung kommt eine zusätzlich zu beachtende Komponente hinzu. Die Einsetzgeschwindigkeiten von Gallopinginstabilitäten liegen deutlich über dem Windgeschwindigkeitsbereich, in dem Regen-Wind induzierte Schwingungen feststellbar sind. Entsprechend dieser Erklärungsmöglichkeiten für die Anregung fanden in der Literatur im Laufe der Zeit verschiedene Berechnungsansätze Erwähnung.

Bei Resonanzmodellen ist eine periodische Windkraft zu errechnen, die von außen auf das Seil wirkt. Dies geschieht mit Hilfe der Rinnsale, die sich auf der Bauteiloberfläche in einer Seileigenfrequenz bewegen. Angeregt durch die äußere Kraft schwingt das Bauteil mit einer gewissen Phasenverschiebung in Resonanz. Die Modelle beinhalten somit keine direkte Kraft-Struktur-Kopplung. Algorithmen auf der Basis dieser Überlegungen stammen von *Wang* und *Xu* [126] sowie *Witkowski* und *Wilde* [131]. Mit Hilfe der Rinnsallänge und der Phasenverschiebung zwischen Seil- und Rinnsalschwingung, die er zuvor im Windkanal ermittelte, schlägt *Verwiebe* [121] Schätzwerte für die harmonischen Ersatzlasten vor.

Ruscheweyh [97] gibt für schwach geneigte Brückenhänger einen Algorithmus vor, der an die drag crisis angelehnt ist.

Neben der periodischen Fußpunktverschiebung kann die veränderliche Masse des Schwingers, die durch das wiederkehrende Abspritzen des Regenwassers im Umkehrpunkt der Schwingung hervorgerufen wird, ebenfalls zu einer Parametererregung führen. *Van der Burgh* und *Abramian* [7] untersuchen einen zweidimensionalen Schwinger mit einer gekoppelten Rinnsalmasse, die sich im Bewegungsverlauf harmonisch ändert.

In den zahlreichen Modellen, in denen Regen-Wind induzierte Schwingungen als bewegungsinduzierte Instabilität betrachtet werden, sind die Seilverschiebung, die Rinnsalbewegung und die Luftkräfte miteinander gekoppelt. Aufgrund starker Seilschwingungen an der Erasmusbrücke in Rotterdam nutzten *Geurts* et al. [27] ein angepasstes Galloping-

Modell, um die Schwingungen zu berechnen und Dämpfungsmaßnahmen zu untersuchen. Das System hatte als Freiheitsgrad lediglich die Seilverschiebung quer zur Anströmrichtung. Die vorgegebene Rinnsalposition änderte sich im Verlauf der Berechnung nicht. Als Resultat ergaben sich Schwingungsamplituden, die, nach Überschreitung eines kritischen Wertes, mit steigender Windgeschwindigkeit wuchsen. Das Auftreten Regen-Wind induzierter Seilschwingungen in einem nach oben begrenzten Geschwindigkeitsbereich, das an dem Originalbauwerk beobachtet wurde, schrieben die Autoren dem Abspritzen des Wassers bei hohen Geschwindigkeiten zu. Der analytische Algorithmus von *Yamaguchi* [137] fasst das Seil als einen auf Feder- und Dämpferelementen gelagerten Schwinger auf, an den ein fußpunkterregtes Pendel gekoppelt ist, das das Verhalten des oberen Wasserrinnsals annähern soll. Die für die Berechnung erforderlichen stationären Luftkraftbeiwerte stammen aus Windkanalversuchen an einem kreisförmigen Seilsegment mit einem künstlichen axialen Störstreifen anstelle des Rinnsals. *Nahraths* Arbeit [69] baut auf dem Vorgehen von *Yamaguchi* auf. Sein Mehr-Freiheitsgrad-Modell wird nach der quasi-stationären Streifentheorie berechnet und ist in Abbildung 2.5 dargestellt. Mit den Bewegungsgleichungen

$$m \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} + c_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + k_1 x_1 - m_1 r \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \cos \varphi_1 + m_1 r \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \right)^2 \sin \varphi_1 + m_2 r \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \cos \varphi_2 - m_2 r \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \right)^2 \sin \varphi_2 = F_1 \quad (2.10)$$

$$m \frac{\partial^2 x_3}{\partial t^2} + c_3 \frac{\partial x_3}{\partial t} + k_3 x_3 + m_1 r \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \sin \varphi_1 + m_1 r \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \right)^2 \cos \varphi_1 - m_2 r \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \sin \varphi_2 - m_2 r \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \right)^2 \cos \varphi_2 = F_3 \quad (2.11)$$

$$m_1 r^2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + c_\varphi \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - m_1 r g \sin \varphi_1 + m_1 r \frac{\partial^2 x_3}{\partial t^2} \sin \varphi_1 - m_1 r \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} \cos \varphi_1 = M_{\varphi_1} \quad (2.12)$$

$$m_2 r^2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} + c_\varphi \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + m_2 r g \sin \varphi_2 - m_2 r \frac{\partial^2 x_3}{\partial t^2} \sin \varphi_2 + m_2 r \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} \cos \varphi_2 = M_{\varphi_2} \quad (2.13)$$

erfolgt die Ermittlung der horizontalen und der vertikalen Seilverschiebungen x_1 und x_3 sowie der Stellungen φ_1 und φ_2 der daran gekoppelten, viskos gedämpften Pendel. Dazu zeichneten *Peil et al.* [80, 81, 82] erstmals aerodynamische Kraftbeiwerte C_1 , C_3 und C_M auf, die sowohl von der Position des oberen Rinnsals als auch von der Stellung des unteren Rinnsals auf dem Querschnitt abhängen. Die stationären Luftkräfte F_1 , F_3 , M_{φ_1} und M_{φ_2}

wirken in Richtung der entsprechenden Freiheitsgrade und ergeben sich als Produkt aus Staudruck und aerodynamischem Beiwert. Das im Rahmen der vorliegenden Arbeit angewendete Verfahren greift die Überlegungen von *Nahrath* [69] auf und entwickelt sie weiter. *Seidel* und *Dinkler* [108] betonen, dass durch die Bewegung der Rinnsale die Strömungsablösung zwischen den Ablösepunkten der unterkritischen und der überkritischen Strömung wechselt (Abbildung 2.1) und dass so die Schwingungsanregung zustande kommt. Das Vorgehen von *Wang* und *Xu* [125] ähnelt den beschriebenen Vorschlägen [69, 137]. Weitere Rechenansätze stammen von *Gu* und *Lu* [31], *Cosentino* [9] sowie *Robra* [91].

2.2.4 Eigenschaften der Schwingungen

Wie den bisherigen Ausführungen zu entnehmen ist, gibt es bis heute zahlreiche, veröffentlichte Messergebnisse von Regen-Wind induzierten Schwingungen. Es ist allerdings anzumerken, dass die Angaben der Autoren teilweise Widersprüche aufweisen und dass einige Randbedingungen relativ knapp dokumentiert wurden. Dennoch erfolgt in diesem Abschnitt der Versuch, die wichtigsten Eigenschaften und die notwendigen Voraussetzungen für die Anfachung von Regen-Wind induzierten Seilschwingungen zusammenzufassen.

Regenmenge

Die untersuchte Instabilität kann bei sehr unterschiedlichen Regenmengen auftreten. In ihrer Langzeitstudie an der Fred Hartman Brücke in Houston, Texas zeichnen *Main* und *Jones* [57] neben dem dynamischen Verhalten der Seile auch die Witterungsbedingungen auf. Die Abbildungen 2.7 bis 2.9 zeigen die Beschleunigungen in Kabelebene des Seils AS23 (Neigungswinkel $\delta = 23^\circ$) in Abhängigkeit von der Windrichtung bezogen auf die Brückenlängsachse. Bei trockenem Wetter sind die gemessenen Werte relativ niedrig und

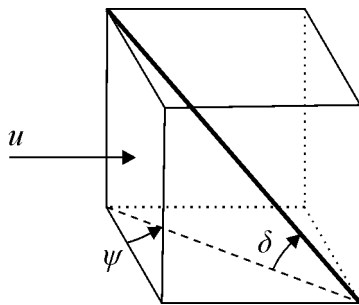


Abbildung 2.6: Anström- und Neigungswinkel des Seils

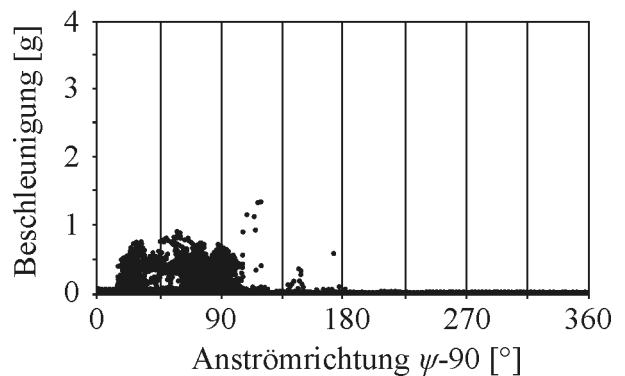


Abbildung 2.7: Schwingungsereignisse an Seil AS23 der Fred Hartman Brücke ohne Regen [57]

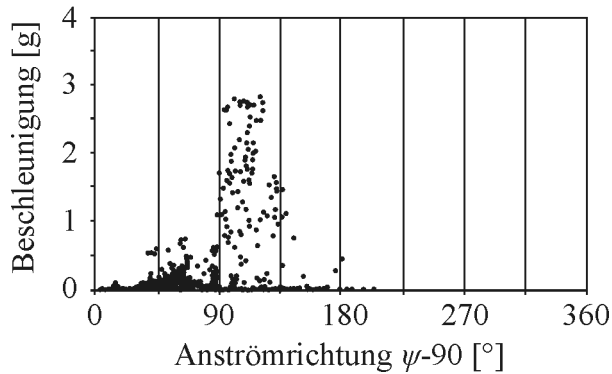


Abbildung 2.8: Schwingungsereignisse an Seil AS23 der Fred Hartman Brücke bei leichtem Regen [57]

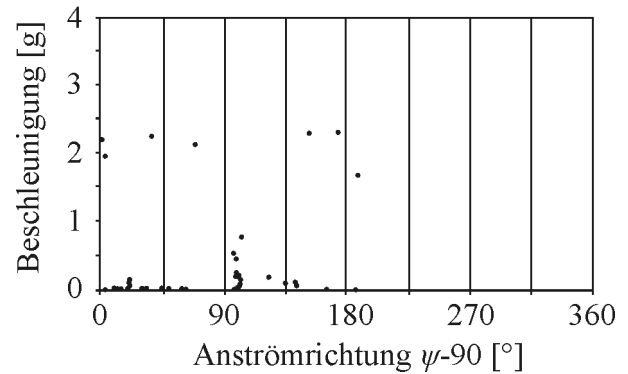


Abbildung 2.9: Schwingungsereignisse an Seil AS23 der Fred Hartman Brücke bei starkem Regen [57]

daher wahrscheinlich wirbelinduziert (Abbildung 2.7). Sie treten in einem breiten Windrichtungsbereich auf. Erst wenn die Regenmenge q_r groß genug ist, um auf der vorhandenen Seillänge Rinnsale zu bilden, können Regen-Wind induzierte Schwingungen einsetzen. Bei leichtem Regen, d.h. einer Niederschlagsmenge von $0,05 \text{ mm/min} \leq q_r \leq 0,50 \text{ mm/min}$, ergeben sich, unter Beachtung der Definition in Abbildung 2.6, in einem engen Anströmbe-
reich von ca. $0^\circ \leq \psi \leq 45^\circ$ starke, meist monofrequente Bauteilbewegungen (Abbildung 2.8). Bei starkem Regen ($0,60 \text{ mm/min} \leq q_r \leq 1,40 \text{ mm/min}$) stellen sich, gemäß Abbil-
dung 2.9, ebenfalls beachtliche Schwingungen ein. Diese wurden allerdings nur selten beobachtet und sind über einen sehr breiten Windrichtungsbereich verteilt. Als mögliche Ursachen dafür kommen in Frage, dass starke Unwetter weniger häufig vorkommen als modera-
te Witterungsbedingungen, dass der Wind bei diesen Ereignissen starke Geschwindigkeits- und Richtungsschwankungen aufweist oder dass bei sehr hohen Geschwindigkeiten der An-
regungsmechanismus zusammenbricht. *Cosentino* [9] zeigt in Windkanalversuchen, dass die Schwingungsamplituden bei starker Beregnung niedriger sind als bei moderaten Bedingun-
gen. In Experimenten von *Gu* und *Du* [30] ergeben sich die maximalen Amplituden bei $0,34 \text{ mm/min} \leq q_r \leq 0,39 \text{ mm/min}$.

Rinnsale

Die Rinnsale bewegen sich auf der Bauteiloberfläche im Schwingungsverlauf periodisch um ihre Ruhelagen. Ab einer Windgeschwindigkeit von ca. $u \cong 5$ bis 8 m/s kommt es zur Ausbildung eines oberen Rinnsals [91]. Ein unteres Rinnsal stellt sich bei ausreichender Regenmenge immer ein. Die stationären Lagen untersuchten *Bosdogianni* und *Olivari* [4], *Hikami* und *Shiraishi* [34], *Matsumoto* [62] sowie *Xu et al.* [133] experimentell im Windkanal und *Nahrath* [69] rechnerisch. Beeinflusst durch die Parameter Windgeschwin-

digkeit, Anströmwinkel, Seilneigung und Oberflächenbeschaffenheit liegt das obere Rinnsal in einem Bereich zwischen ca. 10° und 60° luvseitig vor der Oberseite des Querschnitts. Bei steigender Anströmgeschwindigkeit wird es auf der Oberfläche leewärts gedrückt. Das untere Rinnsal befindet sich infolge der gleichen Einflussgrößen ca. 10° und 25° leeseitig hinter der Unterseite des Querschnitts. Die Rinnsale schwingen mit einer gewissen Phasenverschiebung in der Frequenz der Seilbewegung. Dabei betragen die Doppelamplituden in etwa 10° bis 30° . Ihre Form verändert sich während der Schwingung. Die Breite liegt in einer Größenordnung von ca. 10 mm, die Höhe beträgt in etwa 0,15 mm. Dies fand *Cosentino* [9] in Windkanalversuchen heraus. Weitere Erkenntnisse zur Rinnsalform und -position veröffentlichten *Schwarzkopf* und *Sedlacek* [107]. Sie geben an, dass die Form aus einem flachen und einem höheren, stark gewölbten Teil besteht und bis zu 35 mm breit sowie 0,5 mm bis 2,5 mm hoch sein kann. Experimente an Probekörpern mit künstlichen Rinnsalen zeigten, dass die Positionen der Rinnsale einen sehr großen Einfluss auf die aerodynamischen Beiwerte des umströmten Seilquerschnitts haben, während die Formen nur von untergeordneter Bedeutung sind, solange ein annähernd realistisches Größenverhältnis beachtet wird [69, 81].

Windanströmwinkel

Wie in Abbildung 2.8 dargestellt, sind Seile von Schrägseilbrücken besonders bei einer Anströmung von ca. $0^\circ \leq \psi \leq 45^\circ$ anfällig für Regen-Wind induzierte Schwingungen [4, 26, 30, 57, 91]. In Windkanalversuchen registrierten *Matsumoto* et al. [61] und *Verwiebe* [121] aber auch bei deutlich größeren Anström winkeln beträchtliche Amplituden. Vereinzelte Berichte weisen zudem auf Schwingungsanfahrungen von Seilen bei $\psi < 0^\circ$ hin.

Windgeschwindigkeit

Regen-Wind induzierte Schwingungen treten erst nach dem Überschreiten einer kritischen Windgeschwindigkeit auf. Anders als bei den sonstigen selbstinduzierten Anregungsmechanismen klingen sie jedoch bei weiter steigender Anströmgeschwindigkeit wieder ab. Abbildung 2.10(a) zeigt für drei verschiedenen Brücken in Japan die gemessenen, auf den Seildurchmesser bezogenen Amplituden x_3/d in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit u . Für jedes Bauwerk ergibt sich ein relativ schmaler Anregungsbereich. Diese Beobachtungen wurden von anderen Autoren bestätigt. So kam es beispielsweise an der Meikonishi Brücke, Nagoya bei $7,0 \text{ m/s} < u < 13,1 \text{ m/s}$ [34], an der Fred Hartman Brücke, Houston bei $6,3 \text{ m/s} < u < 13,5 \text{ m/s}$ [57] und an der Erasmusbrücke, Rotterdam bei $u = 14,0 \text{ m/s}$ [26] zu Regen-Wind induzierten Seilschwingungen. Für Geschwindigkeiten in dieser Größenordnung und den gebräuchlichen Seildurchmessern im Bauwesen ergibt Gleichung (2.1), dass die *Reynolds*-Zahlen im unterkritischen Bereich ungestörter Kreisquerschnitte liegen.

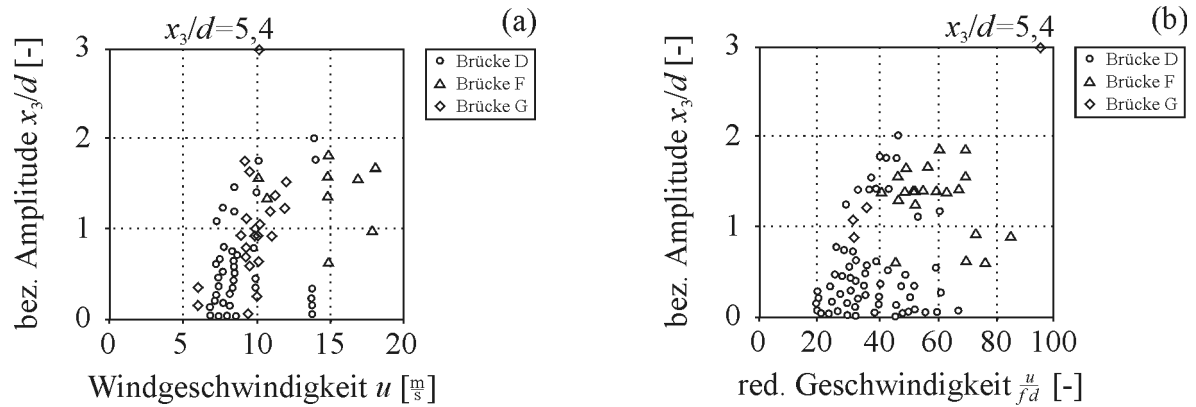


Abbildung 2.10: Schwingungsereignisse an drei verschiedenen Brücken in Japan [60]

Lüesse et al. [54] geben an, dass die Instabilität in Windkanalversuchen an einem einseitig eingespannten Plexiglaszylinder auch bei $u > 20,0$ m/s auftreten kann. In Abbildung 2.10(b) ist auf der Abszisse die reduzierte Geschwindigkeit

$$u_{red} = \frac{u}{fd} \quad (2.14)$$

aufgetragen, wobei f der Schwingungsfrequenz und d dem Durchmesser entspricht. Die reduzierte Geschwindigkeit liegt bei dem betrachteten Anregungsmechanismus, abgesehen von zwei dokumentierten Ausnahmen [91], immer zwischen 20 und 100. Somit überschreitet u_{red} den Grenzwert 20, was bei der Berechnung der Windkräfte die Anwendung der quasi-stationären Theorie erlaubt [24, 111]. Es sei allerdings darauf hingewiesen, dass die reduzierte Geschwindigkeit bei Gallopingschwingungen vereister Freileitungen, bei deren Berechnung diese Theorie schon erfolgreich genutzt wurde, weitaus größer ist.

Windturbulenz

Regen-Wind induzierte Schwingungen treten hauptsächlich an Bauwerken auf, die sich in Gegenden mit geringer Windturbulenz befinden, wie zum Beispiel Brücken an Meerengen oder breiten Flüssen [123]. Es gibt daher nur wenige Autoren, die Angaben zu diesem Aspekt gemacht haben. Der Turbulenzgrad lag bei Experimenten von *Flamand* [22] zwischen 4 % und 11 %. *Saito* [101] wies in Windkanalversuchen den Turbulenzeinfluss auf das Schwingverhalten deutlich nach. Bei der Versuchsdeutung ist allerdings zu berücksichtigen, dass die Ähnlichkeitsanforderungen bezüglich der Turbulenzballenabmessungen und der Probekörperdurchmesser am Originalbauwerk und im Modell aus versuchstechnischen Gründen nicht eingehalten wurden. Abbildung 2.11 zeigt, dass mit steigendem Turbulenzgrad I_{u_1} der instabile Windgeschwindigkeitsbereich schmäler wird und bei $I_{u_1} \geq 10$ % ganz

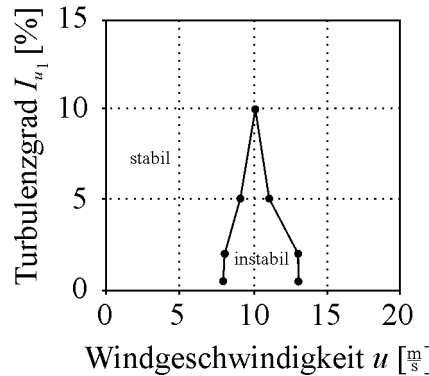


Abbildung 2.11: Ergebnisse von Windkanalversuchen zum Turbulenzeinfluss [101]

verschwindet. Die turbulente Anströmung scheint das Zustandekommen des Anregungsmechanismus zu stören und dadurch das Bauteil zu stabilisieren.

Bauteilneigungswinkel

Die Neigungswinkel der betroffenen Seile (Abbildung 2.6) lagen nach Literaturangaben immer in einem Bereich von $20^\circ \leq \delta \leq 50^\circ$ [91]. Doch auch nahezu vertikale Brückenhänger mit $\delta \cong 79^\circ$ [120] erwiesen sich als schwingungsanfällig, wobei hier die Ausprägung des Anregungsmechanismus vermutlich eine andere ist (Abschnitt 2.2.2). Der Einfluss der Anströmrichtung und des Neigungswinkels kann mit Gleichung (5.5) zusammengefasst werden. Für die effektive Windrichtung β , bei der Regen-Wind induzierte Seilschwingungen vornehmlich auftreten, gilt dann näherungsweise $0^\circ \leq \beta \leq -40^\circ$ [9, 143].

Oberflächenbeschaffenheit

Eine wichtige Voraussetzung für die Anfachung von Regen-Wind induzierten Seilschwingungen ist die Entstehung von Wasserrinnsalen auf der Seiloberfläche (Abschnitt 2.2.2). Dazu sollte die Oberfläche zwar glatt, aber nicht wasserabweisend sein. *Flamand* [22] fand durch Experimente im Windkanal heraus, dass es bei Modellen mit fabrikneuer Polyethylen-Ummantelung nicht zu einer Anregung kam, da sich kein oberes Rinnsal bildete. Im Gegensatz dazu stellten sich bei Versuchskörpern, deren Polyethylen-Oberfläche mit Ruß verschmutzt wurde, Schwingungen ein. Die Seile realer Bauwerke weisen schon nach kurzer Zeit umweltbedingte Verschmutzungen auf. Dementsprechend berichtet die überwiegende Mehrheit der Autoren von Regen-Wind induzierten Schwingungen an Seilen mit Kunststoffummantelung [26, 34, 48, 57, 60]. Die Außendurchmesser reichen dabei von ca. 80 mm bis 225 mm. Aber auch Hänger von Stabbogenbrücken sind schwingungsgefährdet, da sie meist aus Vollstahl bestehen und sich somit Rinnsale auf den glatten, beschichteten

Oberflächen bilden können [54]. Die Hängerdurchmesser an der Elbebrücke Dömitz betragen 120 mm und 130 mm. Vereinzelt wurden zudem an relativ dünnen, nicht ummantelten Abspannseilen von Masten Regen-Wind induzierte Schwingungen beobachtet.

Strukturdämpfung

Da Seile und Hänger von Brücken eine sehr geringe Strukturdämpfung aufweisen, können bereits geringe äußere Einwirkungen zu starken Schwingungen führen. Die Dämpfungswerte einiger Zugglieder, an denen Regen-Wind induzierte Schwingungen beobachtet wurden, sind in Tabelle 2.1 aufgeführt [91]. Das logarithmische Dämpfungsdekrement ist dabei definiert als [96]:

$$\Lambda = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cong 2\pi\xi \quad (2.15)$$

Bei steigender Dämpfung nimmt die Schwingungsanfälligkeit ab. Verschiedene Autoren geben an, dass in etwa bei $\xi \geq 0,005$ bzw. $0,008$ keine Regen-Wind induzierten Schwingungen mehr auftreten [85, 123]. Die *Scruton*-Zahl Sc ist abhängig von der Massenbelegung μ , der Luftdichte ρ_l ($\cong 1,225 \text{ kg/m}^3$ bei 15°C), dem Durchmesser d sowie der Dämpfung und ergibt sich zu:

$$Sc = \frac{2\mu\Lambda}{\rho_l d^2} = \frac{4\mu\pi\xi}{\rho_l d^2} \quad (2.16)$$

Main und *Jones* [57] vermuteten nach zahlreichen Messungen, dass für $Sc \geq 10$ praktisch keine Gefahr einer Seilanregung durch Regen-Wind induzierte Schwingungen mehr bestehe. Dementsprechend wurden auch die Dämpfer an der Fred Hartman Brücke dimensioniert. An anderer Stelle wird jedoch berichtet, dass Schwingungen diesen Typs auch noch bei $Sc = 40$ entstehen können [91].

Tabelle 2.1: Zusammenstellung ausgewählter Dämpfungswerte

Brücke	Dämpfungsgrad ξ [-]	logarithmisches Dekrement Λ [-]
Elbebrücke Dömitz [100]	0,0002	0,001
Erasmusbrücke Rotterdam [85]	0,0010 bis 0,0020	0,006 bis 0,012
Donaustadtbrücke Wien [91]	0,0019	0,012
Meikonishi Brücke Nagoya [34]	0,0010 bis 0,0044	0,007 bis 0,028

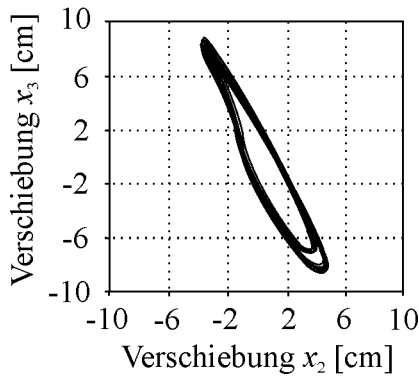


Abbildung 2.12: Seil-Umlaufbahn bei der Fred Hartman Brücke [57]

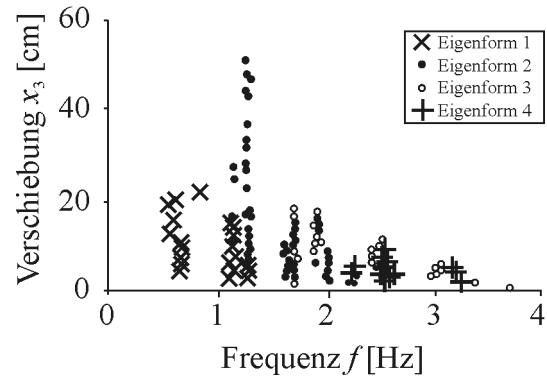


Abbildung 2.13: Auftretende Seileigenfrequenzen bei der Fred Hartman Brücke [57]

Schwingungsamplituden

Charakteristisch für das Verhalten geneigter Seile, die durch das Einwirken von Regen und Wind zu Schwingungen angeregt werden, sind die flachen, elliptischen Umlaufbahnen. Abbildung 2.12 enthält beispielsweise die grafische Aufbereitung einer Verschiebungsmessreihe eines Seils der Fred Hartman Brücke, Houston [55]. Die dargestellte $x_2 x_3$ -Ebene verläuft senkrecht zur Seillängsachse (Abbildung 3.2). Deutlich sind die sehr großen Amplituden in Kabelebene zu erkennen, die sich mit den kleineren, horizontalen Auslenkungen überlagern. Die Ausbildung ähnlicher, flach geneigter Ellipsen wurde erstmals von *Langsø* und *Larsen* [50] an der Farø Brücke in Dänemark beobachtet und bei weiteren Untersuchungen an Originalbauwerken [58, 63] und im Windkanal [120] bestätigt. Die Messergebnisse in Abbildung 2.13, die ebenfalls aus der amerikanischen Langzeitstudie [55] stammen, zeigen die Amplituden der dominanten Seileigenformen in Abhängigkeit von den zugehörigen

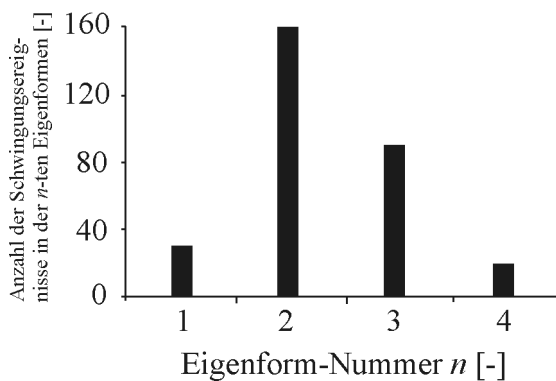


Abbildung 2.14: Histogramm der dominanten Seilschwingungsformen bei der Fred Hartman Brücke [57]

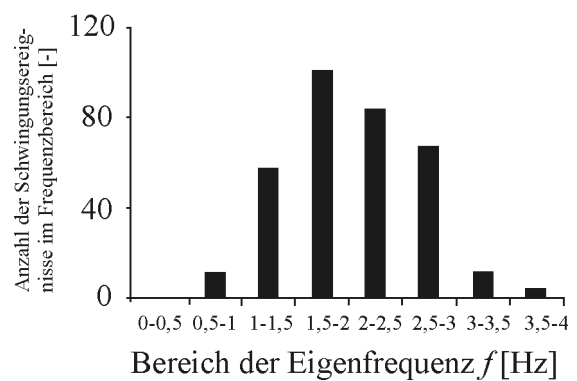


Abbildung 2.15: Histogramm der dominanten Seilschwingungsfrequenz bei der Fred Hartman Brücke [57]

Seileigenfrequenzen. Im Allgemeinen gilt, dass die Schwingweiten bei niedrigen Eigenformen größer sind. Die Doppelamplituden von Regen-Wind induzierten Seilschwingungen können ein Mehrfaches des Seildurchmessers erreichen. *Matsumoto* [58] berichtete sogar von Spitzenwerten um 2 m an der Tenpozan Brücke in Japan, was dem 5,4-fachen des Kabeldurchmessers entsprach (Abbildung 2.10). Die großen Schwingweiten quer zur Hauptanströmrichtung sind auch für das Galloping, einem anderen selbsterregten Mechanismus, kennzeichnend. Für die anderen beiden in Abschnitt 2.2.2 angegebenen Ausprägungen der Regen-Wind induzierten Schwingungen von nahezu vertikalen Brückenhängern mit zwei seitlichen Rinnsalen bzw. geneigten Seilen mit einem unteren Rinnsal gibt es in der Literatur kaum detaillierte Angaben [121]. Im zuletzt genannten Fall weisen die Amplituden geringere Werte auf als die hier genannten [91].

Seileigenformen und -frequenzen

Die Abbildungen 2.14 und 2.15 zeigen für verschiedene Seile der Fred Hartman Brücke, Houston Histogramme der dominanten angeregten Seileigenformen und der Bereiche der dominanten angeregten Seileigenfrequenzen [55]. Wie auch in anderen Veröffentlichungen erläutert (Tabelle 2.2), liegen die durch Regen- und Windwirkung angeregten Eigenfrequenzen von Schrägseilen in einem Bereich von etwa $0,5 \text{ Hz} \leq f \leq 3,0 \text{ Hz}$. Hänger von Bogenbrücken können unter Umständen auch mit $f \cong 6,0 \text{ Hz}$ schwingen. Ergänzend sei angemerkt, dass wirbelerregte Schwingungen erfahrungsgemäß oberhalb dieser Grenzen zu beobachten sind (Abschnitt 2.1.2).

Regen-Wind induzierte Schwingungen treten in den Seileigenformen auf, die in dem angegebenen Frequenzbereich liegen. Bei den betrachteten Seilen entspricht das der ersten bis vierten Eigenform. In Ausnahmefällen wurde auch schon von Schwingungen in der sechsten und siebten Eigenform berichtet. Größtenteils sind die Bewegungen monofrequent. *Main* und *Jones* [57, 55] zeichnen aber auch zahlreiche Schwingungsverläufe auf, an denen mehrere Eigenmoden beteiligt waren. Bisher gibt es keine umfassende Erklärung, warum und bei welchen Bedingungen Seile in einer Eigenform oder in mehreren Eigenformen schwingen. Windkanalversuche und Feldmessungen verdeutlichten jedoch bereits, dass

Tabelle 2.2: Zusammenstellung ausgewählter Eigenformen und -frequenzbereiche

Brücke	Eigenfrequenzbereich f [Hz]	Eigenform-Nummer n [-]
Erasmusbrücke Rotterdam [85]	0,8 bis 1,2	≥ 2
Donaustadtbrücke Wien [91]	1,0	2
Meikonishi Brücke Nagoya [34]	1,0 bis 3,0	1 bis 4

der instabile Windgeschwindigkeitsbereich eines Bauteils, in dem Regen-Wind induzierte Schwingungen möglicherweise auftreten, unabhängig von den angeregten Eigenmoden zu sein scheint [101].

Kapitel 3

Bewegungsgleichungen des Einzelseils

3.1 Vorbemerkungen

Die Untersuchung Regen-Wind induzierter Seilschwingungen macht die Beschreibung des dynamischen Bauteilverhaltens erforderlich. In der Literatur gibt es zahlreiche Ansätze für die Bewegungsgleichungen von vorgespannten Einzelseilen, deren Unterschied vor allem in der Genauigkeit der Berücksichtigung des Seildurchhangs besteht.

Die lineare Schwingungstheorie der mechanischen Saite geht auf *Galilei* [25] zurück. Im Rahmen dieser einfachsten Näherung gelingt die Beschreibung der Schwingungen durch die Vernachlässigung des Eigengewichtsdurchhangs und unter der Annahme einer konstanten Seilkraft. Letzteres ist allerdings bei größeren Schwingungsamplituden nicht mehr zutreffend, so dass *Karras* [46] in der nichtlinearen Saitentheorie die Seilkraftänderung berücksichtigte. Bei schweren Seilen beeinflusst der Durchhang die Schwingungen nennenswert, was *Rohrs* [92] sowie *Saxon* und *Cahn* [102] in ihre Seiltheorien einbezogen. *Irvine* [41, 42] betrachtete schwerpunktmäßig Seile mit geringem Durchhang, deren statische Seillinie in etwa einer quadratischen Parabel entspricht. Desweiteren integrierte *Poskitt* [87] die Materialelastizität in seine Berechnungen des schwingenden Seils. Zahlreiche weitere Veröffentlichungen beschäftigen sich beispielsweise mit den Themen Dämpfung, Seilnetze oder Kopplung von Seilen und anderen Tragwerksteilen. Einen umfangreichen Überblick über die historische Entwicklung der Seiltheorie gibt *Lazaridis* [51].

Es sei angemerkt, dass im Rahmen dieser Arbeit lediglich Seile untersucht werden, die zwischen zwei unverschieblichen Auflagern gespannt sind und ausschließlich durch Eigengewicht sowie Wind belastet werden.

3.2 Lineare Schwingungstheorie der Saite

Der linearen Schwingungstheorie der gespannten mechanischen Saite liegt die Annahme zugrunde, dass der statische Durchhang infolge Eigenlast μg , unabhängig vom Neigungswinkel δ der Sehne, vernachlässigbar klein ist. Zudem schwingt das System mit solchen Amplituden, dass die Veränderungen der Seilkraft S außer Acht gelassen werden dürfen. Abbildung 3.1 zeigt die verwendeten Variablen und Bezeichnungen – aus Gründen der Übersichtlichkeit ohne die Einflussgrößen in x_2 -Richtung.

Die Gleichgewichtsbedingungen $\Sigma F_1 = 0$, $\Sigma F_3 = 0$ und $\Sigma M_2 = 0$ am herausgeschnittenen infinitesimalen Saitenelement ergeben bei Unterdrückung der vernachlässigbar kleinen Terme höherer Ordnung:

$$\left(S_1 + \frac{\partial S_1}{\partial x_1} dx_1 \right) - S_1 = 0 \Rightarrow \frac{\partial S_1}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow S_1 = \text{konst.} = S \quad (3.1)$$

$$\left(S_3 + \frac{\partial S_3}{\partial x_1} dx_1 \right) - S_3 + f_3 dx_1 = 0 \Rightarrow \frac{\partial S_3}{\partial x_1} = -f_3 \quad (3.2)$$

$$\left[S_3 + \left(S_3 + \frac{\partial S_3}{\partial x_1} dx_1 \right) \right] \frac{dx_1}{2} - \left[S_1 + \left(S_1 + \frac{\partial S_1}{\partial x_1} dx_1 \right) \right] \frac{\partial x_3}{\partial x_1} \frac{dx_1}{2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial S_3}{\partial x_1} = S \frac{\partial^2 x_3}{\partial x_1^2} \quad (3.3)$$

Durch Gleichsetzen der Formeln (3.2) und (3.3) sowie Ersetzen des allgemeinen Kraftterms durch die Windkraft und die D'Alembertsche Trägheitskraft

$$f_3 = q_3 - \mu \frac{\partial^2 x_3}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

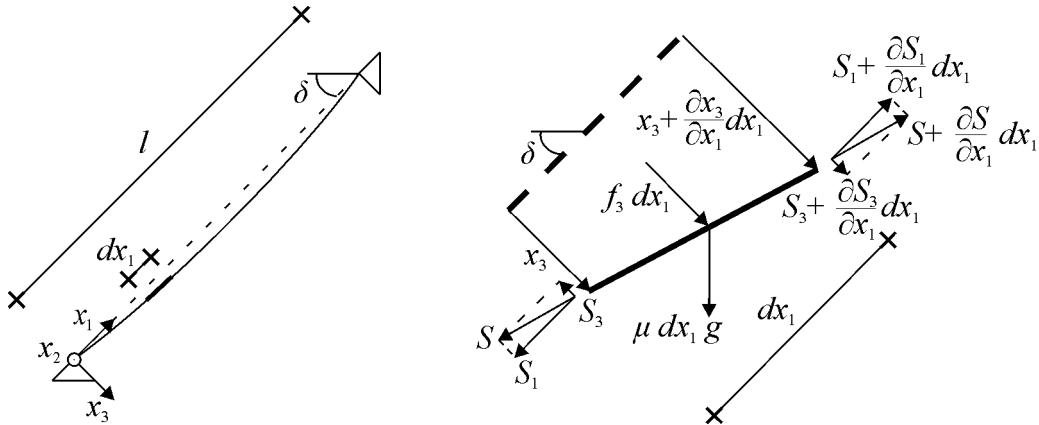


Abbildung 3.1: Kräftegleichgewicht am Saitenelement

ergibt sich die lineare Bewegungsgleichung der Saite in der betrachteten Ebene. Analog ist in x_2 -Richtung vorzugehen ($\Sigma F_2 = 0, \Sigma M_3 = 0$).

$$S \frac{\partial^2 x_i}{\partial x_1^2} + q_i - \mu \frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} = 0 \quad \text{mit } i = 2, 3 \quad (3.5)$$

Ramberger [89] berücksichtigt zusätzlich die Biegesteifigkeit der Zugglieder, die beispielsweise bei gedrunenen Brückenhängern eine Rolle spielen kann. Die Bewegungsgleichungen sind auf der linken Seite um den Biegeanteil

$$+ EI \frac{\partial^4 x_i}{\partial x_1^4} \quad (3.6)$$

zu ergänzen, wenn die Biegesteifigkeit EI über die Länge konstant ist. Desweiteren gibt er Näherungsformeln für die Abschätzung von Randeinspannungseffekten an.

Zur Lösung der Bewegungsgleichungen stehen zum einen numerische Verfahren zur Verfügung, zum anderen gibt es analytische Berechnungsmöglichkeiten, wie den Wellenansatz nach *D'Alembert* oder den Produktansatz nach *Bernoulli* [86]. Dieser Separationsansatz ergibt für die n -te Eigenfrequenz der ungedämpften Saite:

$$f_n = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{S}{\mu l^2}} \quad (3.7)$$

3.3 Nichtlineare Schwingungstheorie des durchhangbehafteten Seils

Geneigte oder horizontale Seile hängen aufgrund ihres Eigengewichts durch. Die statische Form eines schlaff gespannten Seils ist eine Katenoide (Kettenlinie), während die Form eines straff gespannten Seils durch eine Parabel angenähert werden kann. Da das dynamisch angeregte Seil um diese Durchhanglinie schwingt, kommt es unter Umständen zu Phänomenen, die sich merklich von den Eigenschaften der Saitenschwingung unterscheiden.

Abbildung 3.2 enthält die verwendeten Variablen und Bezeichnungen – vereinfachend ohne die Einflussgrößen in x_2 -Richtung. Die Gleichgewichtsbedingung $\Sigma F_1 = 0$ am herausgeschnittenen infinitesimalen Seilelement lässt sich folgendermaßen schreiben [51, 86]:

$$\left(S_d + \frac{\partial S_d}{\partial s_d} ds_d \right) \cos \left(\alpha_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial s_d} ds_d \right) - S_d \cos \alpha_1 + f_{d1} ds_d - \mu_d ds_d g \sin \delta = 0 \quad (3.8)$$

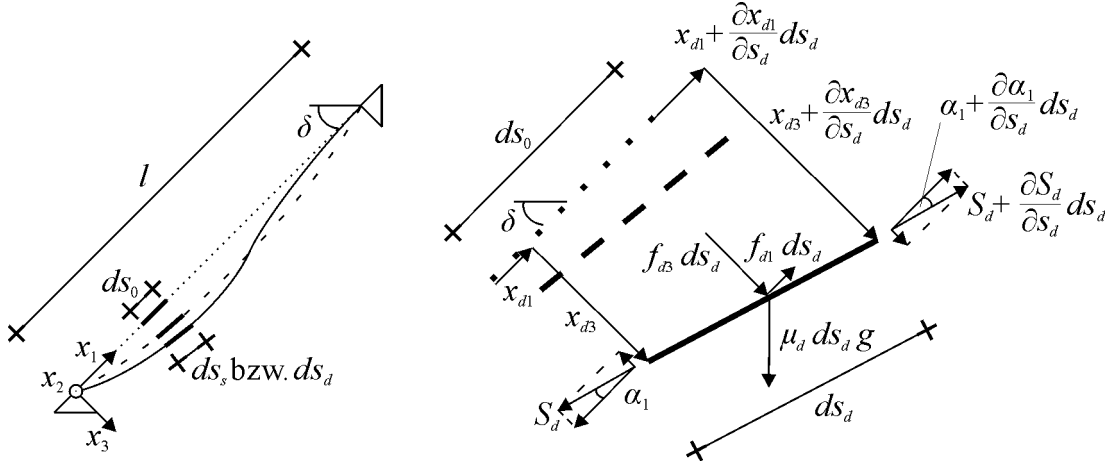


Abbildung 3.2: Kräftegleichgewicht am Seilelement

Für kleine Änderungen des Winkels darf der mit einem Additionstheorem [6] umgestellte Ausdruck für den Richtungscosinus vereinfacht werden.

$$\cos \left(\alpha_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial s_d} ds_d \right) = \cos \alpha_1 \cos \frac{\partial \alpha_1}{\partial s_d} ds_d - \sin \alpha_1 \sin \frac{\partial \alpha_1}{\partial s_d} ds_d \quad (3.9)$$

$$= \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial s_d} ds_d \quad (3.10)$$

Im statischen Gleichgewichtszustand wirkt lediglich das Eigengewicht auf das Seil ein. Dieses weckt die statische Seilkraft S_s , die eine Verlängerung der Elemente von der spannungslosen Ausgangslänge ds_0 zur Länge im statischen Zustand ds_s verursacht. Bei konstanter Masse ergibt sich für die Massenbelegung μ_s und die Dehnung ϵ_s im statischen Zustand:

$$\mu_0 ds_0 = \mu_s ds_s \Rightarrow \mu_s = \mu_0 \frac{ds_0}{ds_s} \quad (3.11)$$

$$\epsilon_s = \frac{S_s}{EA} \Rightarrow ds_s = (1 + \epsilon_s) ds_0 \quad (3.12)$$

Die Ermittlung der dynamischen Zustandsgrößen, die mit dem Index d gekennzeichnet werden, erfolgt analog.

$$\mu_0 ds_0 = \mu_d ds_d \Rightarrow \mu_d = \mu_0 \frac{ds_0}{ds_d} \quad (3.13)$$

$$\epsilon_d = \frac{S_d}{EA} \Rightarrow ds_d = (1 + \epsilon_d) ds_0 \quad (3.14)$$

Im dynamischen Zustand erfährt die Seilkraft S_s eine Änderung \bar{S} .

$$S_d = S_s + \bar{S} \quad (3.15)$$

Die Längenänderung zwischen statischem und dynamischem Zustand beträgt:

$$\bar{\epsilon} = \frac{\bar{S}}{EA} \Rightarrow ds_d = (1 + \bar{\epsilon})ds_s = \left(1 + \frac{\bar{S}}{EA}\right)ds_s \quad (3.16)$$

Die statische Belastung q_{s1} verteilt sich infolge der Längenänderung auf eine größere Seillänge.

$$q_{s1} = -\mu_s g \sin \delta \quad (3.17)$$

$$-\mu_d g \sin \delta = -\mu_s g \sin \delta \frac{ds_s}{ds_d} = q_{s1} \frac{ds_s}{ds_d} \quad (3.18)$$

Die dynamische Streckenbelastung f_{d1} setzt sich aus Wind- und Trägheitskraft zusammen.

$$\bar{q}_1 - \mu_d \frac{\partial^2 x_{d1}}{\partial t^2} = f_{d1} \quad (3.19)$$

Durch die Verwendung der Gleichungen (3.10), (3.16), (3.18) und (3.19) sowie einer Division durch ds_d lässt sich die Gleichgewichtsbedingung (3.8) umformen:

$$\frac{\partial S_d}{\partial s_d} \cos \alpha_1 - S_d \sin \alpha_1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial s_d} - \underbrace{\frac{\partial S_d}{\partial s_d} \sin \alpha_1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial s_d} ds_d}_{\cong 0} + \bar{q}_1 - \mu_d \frac{\partial^2 x_{d1}}{\partial t^2} + q_{s1} \frac{1}{1 + \frac{\bar{S}}{EA}} = 0 \quad (3.20)$$

Der dritte Term kann als kleine Größe höherer Ordnung im Folgenden unberücksichtigt bleiben. Nach Anwendung der Kettenregel

$$\frac{\partial S_d}{\partial s_d} \cos \alpha_1 - S_d \sin \alpha_1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial s_d} = \frac{\partial}{\partial s_d} (S_d \cos \alpha_1) \quad (3.21)$$

verbleibt:

$$\frac{\partial}{\partial s_d} (S_d \cos \alpha_1) + \frac{1}{1 + \frac{\bar{S}}{EA}} q_{s1} + \bar{q}_1 - \mu_d \frac{\partial^2 x_{d1}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.22)$$

Mit Gleichung (3.14) werden die partiellen Ableitungen nach s_d dann auf s_0 umgestellt.

$$\cos \alpha_1 = \frac{\partial x_{d1}}{\partial s_d} = \frac{\partial x_{d1}}{(1 + \epsilon_d) \partial s_0} \quad (3.23)$$

Nach einer Multiplikation mit $1 + \epsilon_d$ ergibt sich damit die endgültige Bewegungsgleichung des Seils in x_1 -Richtung. Analog ist in x_2 - und x_3 -Richtung vorzugehen.

$$\frac{\partial}{\partial s_0} \left(\frac{S_d}{1 + \epsilon_d} \frac{\partial x_{di}}{\partial s_0} \right) + \frac{1 + \epsilon_d}{1 + \frac{\bar{S}}{EA}} q_{si} + (1 + \epsilon_d) \bar{q}_i - \mu_0 \frac{\partial^2 x_{di}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{mit } i = 1, 2, 3 \quad (3.24)$$

Um die vier Unbekannten, d.h. die Verschiebungen x_i und die Seilkraftänderung \bar{S} zu ermitteln, ist als zusätzliche Bestimmungsleichung die Kompatibilitätsbedingung notwendig.

$$\sqrt{\sum_{i=1}^3 \cos^2 \alpha_i} = 1 \quad (3.25)$$

Mit Formel (3.23) lautet die Bedingung:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial x_{di}}{\partial s_0} \right)^2} - (1 + \epsilon_d) = 0 \quad (3.26)$$

Die vorgestellte Theorie lässt sich unter den Voraussetzungen,

- dass das betrachtete Seil vergleichsweise straff gespannt ist und somit die statische Durchhanglinie durch eine quadratische Parabel angenähert werden kann und
- dass die Schwingungsamplituden relativ gering sind

linearisieren. Im Rahmen dieser vereinfachten Betrachtungen dient der dimensionslose Parameter

$$\lambda^2 = \frac{\left(\frac{q_{s2} l}{S_s} \right)^2 l}{\frac{S_s l_s}{EA}} \quad (3.27)$$

$$\text{mit } q_{s2} = \mu_s g \cos \delta, \quad (3.28)$$

$$l_s = l \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{q_{s2} l}{S_s} \right)^2 \right] \quad (3.29)$$

zur Klassifikation des dynamischen Verhaltens des Seils. Er vereint die elastischen Merkmale im Nenner und die geometrischen Größen im Zähler. Für sehr kleine λ^2 verhält sich das Seil wie eine mechanische Saite, für große λ^2 wie ein schlaff gespanntes dehnstarres Seil. Zur linearisierten Seiltheorie sei beispielsweise auf die detaillierten Ausführungen von *Irvine* [40] und *Petersen* [86] hingewiesen.

3.4 Seildämpfung

Die Amplituden eines frei schwingenden Systems nehmen im Verlauf der Zeit ab. Um die Amplituden einer erzwungenen Schwingung konstant zu halten, ist die Zufuhr von äußerer Energie erforderlich. Diese Beobachtungen basieren auf dem Phänomen der Dämpfung, welches eine Vielzahl von Ursachen haben kann. Die äußere Dämpfung resultiert aus Widerständen und Reibung der Medien, die das schwingende Bauteil umgeben, während die innere Dämpfung sich aus Effekten der Materialdämpfung sowie der Kontakt- und Fügestellendämpfung zusammensetzt. Eine rechnerisch genaue Beschreibung gestaltet sich schwierig und mathematisch aufwendig.

Eine häufig angewandte Formulierung ist die geschwindigkeitsproportionale Dämpfung. Mit diesem Ansatz sind die Bewegungsgleichungen für die Saite (3.5) bzw. für das Seil (3.24) auf der linken Seite jeweils um den Term

$$-\gamma \frac{\partial x_i}{\partial t} \quad \text{bzw.} \quad -\gamma \frac{\partial x_{di}}{\partial t} \quad (3.30)$$

zu erweitern, wenn die viskosen Dämpfungskoeffizienten in allen Richtungen den gleichen Betrag haben.

$$\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 \quad (3.31)$$

Mit Hilfe der so genannten *Rayleigh*-Dämpfung, bei der die Dämpfungsmatrix \mathbf{C} durch eine Linearkombination der Massenmatrix \mathbf{M} und der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} ersetzt wird,

$$\mathbf{C} = \alpha_R \mathbf{M} + \beta_R \mathbf{K} \quad (3.32)$$

können die Parameter α_R und β_R so gewählt werden, dass sich bei zwei bekannten (Eigen-) Perioden T_1 und T_2 vorgegebene Dämpfungsgrade ξ_1 und ξ_2 einstellen:

$$\alpha_R = 4\pi \frac{T_1 \xi_1 - T_2 \xi_2}{T_1^2 - T_2^2} \quad (3.33)$$

$$\beta_R = T_1 T_2 \frac{T_1 \xi_2 - T_2 \xi_1}{\pi(T_1^2 - T_2^2)} \quad (3.34)$$

$$\text{mit } \xi = \frac{\gamma}{\gamma_{krit}} \quad (3.35)$$

Diese Koeffizienten gelten dann in der Rechnung für alle Perioden. In den Sonderfällen der steifigkeits- bzw. massenproportionalen Dämpfung ergeben sich die Faktoren zu:

$$\alpha_R = 0, \beta_R = \frac{T_1 \xi_1}{\pi} \quad (3.36)$$

bzw.

$$\alpha_R = \frac{4\pi\xi_1}{T_1}, \beta_R = 0 \quad (3.37)$$

Der steifigkeitsproportionale Ansatz liefert für kleinere Perioden, d.h. höhere Eigenformen, niedrigere Dämpfungswerte. Dies widerspricht aller Erfahrung, da bei höheren Eigenformen, infolge der wachsenden gegenseitigen Verformungen, die Dämpfung ansteigt [8, 67]. Weitere Ansätze zur Erfassung der Dämpfung sind unter anderem bei *Mehlhorn* [67] zu finden.

In den folgenden Berechnungen wird, wie von zahlreichen Autoren zuvor [51, 116], die geschwindigkeitsproportionale Dämpfung verwendet (Gleichung 3.30), da sie das reale Dämpfungsverhalten eines schwingenden Seils in guter Näherung und mit geringem numerischen Aufwand beschreibt.

Seile weisen nur sehr niedrige Dämpfungsgrade auf. An Brückenseilen und -hängern liegen die Werte in einem Bereich bis $\xi \cong 2\%$ [51, 86], meist jedoch deutlich darunter (Tabelle 2.1).

3.5 Numerische Auswertung

Nach Einbeziehung der Dämpfung (3.30) und Diskretisierung des Seils in n Elemente der Länge ds_0 mit $n + 1$ Knoten ergibt sich aus den Bewegungsgleichungen des durchhangbehafteten Seils (3.24) mittels zentraler Differenzen die übersichtliche Matrizenschreibweise:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{M} \frac{\partial^2 \mathbf{x}_i}{\partial t^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial t} + \mathbf{K} \mathbf{x}_i - \mathbf{q}_i = 0 \quad (3.38)$$

Die Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix sowie die Kraftvektoren nehmen mit den Randbedingungen x_{i1} und x_{in+1} an den Auflagern die folgende Form an:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mu_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \mu_0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \gamma \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$\mathbf{K} = \frac{1}{ds_0^2} \begin{bmatrix} \frac{S_{d1}}{1+\epsilon_{d1}} + \frac{S_{d2}}{1+\epsilon_{d2}} & -\frac{S_{d2}}{1+\epsilon_{d2}} & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{S_{d2}}{1+\epsilon_{d2}} & \frac{S_{d2}}{1+\epsilon_{d2}} + \frac{S_{d3}}{1+\epsilon_{d3}} & -\frac{S_{d3}}{1+\epsilon_{d3}} & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{S_{d3}}{1+\epsilon_{d3}} & \frac{S_{d3}}{1+\epsilon_{d3}} + \frac{S_{d4}}{1+\epsilon_{d4}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{S_{dn-1}}{1+\epsilon_{dn-1}} + \frac{S_{dn}}{1+\epsilon_{dn}} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$(3.42)$$

$$\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{ds_0^2} \frac{S_{d1}}{1+\epsilon_{d1}} x_{i1} & + & \frac{1}{2} \left[\frac{1+\epsilon_{d1}}{1+\frac{S_1}{EA}} q_{si1} + \frac{1+\epsilon_{d2}}{1+\frac{S_2}{EA}} q_{si2} \right] & + \frac{1}{2} [(1+\epsilon_{d1})\bar{q}_{i1} + (1+\epsilon_{d2})\bar{q}_{i2}] \\ 0 & + & \frac{1}{2} \left[\frac{1+\epsilon_{d2}}{1+\frac{S_2}{EA}} q_{si2} + \frac{1+\epsilon_{d3}}{1+\frac{S_3}{EA}} q_{si3} \right] & + \frac{1}{2} [(1+\epsilon_{d2})\bar{q}_{i2} + (1+\epsilon_{d3})\bar{q}_{i3}] \\ 0 & + & \frac{1}{2} \left[\frac{1+\epsilon_{d3}}{1+\frac{S_3}{EA}} q_{si3} + \frac{1+\epsilon_{d4}}{1+\frac{S_4}{EA}} q_{si4} \right] & + \frac{1}{2} [(1+\epsilon_{d3})\bar{q}_{i3} + (1+\epsilon_{d4})\bar{q}_{i4}] \\ \vdots & & \vdots & \\ \frac{1}{ds_0^2} \frac{S_{dn}}{1+\epsilon_{dn}} x_{in+1} & + & \frac{1}{2} \left[\frac{1+\epsilon_{dn-1}}{1+\frac{S_{n-1}}{EA}} q_{sin-1} + \frac{1+\epsilon_{dn}}{1+\frac{S_n}{EA}} q_{sin} \right] & + \frac{1}{2} [(1+\epsilon_{dn-1})\bar{q}_{in-1} + (1+\epsilon_{dn})\bar{q}_{in}] \end{bmatrix}$$

Zur numerischen Auswertung der nichtlinearen Bewegungsgleichungen stehen die explizite und die implizite Integration zur Verfügung. Bei einem expliziten Verfahren erfolgt die

Ermittlung der gesuchten Verschiebungen $\mathbf{x}_i|^{t+dt}$ zum Zeitpunkt $t+dt$, indem das Gleichgewicht zum Zeitpunkt t betrachtet wird. Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen sind dazu durch zentrale Differenzennäherungen zu ersetzen [86]. Um die Stabilität des Verfahrens zu gewährleisten, ist eine strenge Beschränkung der Zeitschrittweite dt notwendig. Ein impliziter Algorithmus beinhaltet dagegen die Berechnung der Knotenverschiebungen $\mathbf{x}_i|^{t+dt}$ zur Zeit $t+dt$, d.h. Änderungen einer Variablen wirken sich sofort auf alle anderen aus. Eine Begrenzung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Informationen, und somit eine zulässige Zeitschrittweite dt , existiert nicht mehr. Gleichzeitig muss jedoch für jedes Zeitelement ein nichtlineares Gleichungssystem gelöst werden. Die Möglichkeit längere Zeitschritte zu wählen, gleicht den erhöhten numerische Aufwand pro Zeitschritt im Vergleich zu expliziten Verfahren meist mehr als aus. Aus Gründen der Genauigkeit sollte der Zeitschritt kleiner als $1/10$ bis $1/20$ der kleinsten relevanten Eigenperiode des Systems sein.

Das hier eingesetzte implizite Verfahren ist vollständig durch die Einführung des *Newmarkschen* Zeitintegrationsschemas beschrieben [2]. Mit den Ausdrücken für die Beschleunigungen und die Geschwindigkeiten

$$\left. \frac{\partial^2 \mathbf{x}_i}{\partial t^2} \right|^{t+dt} = \frac{1}{\beta_N dt^2} (\mathbf{x}_i|^{t+dt} - \mathbf{x}_i|^t) - \frac{1}{\beta_N dt} \left. \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial t} \right|^t - \left(\frac{1}{2\beta_N} - 1 \right) \left. \frac{\partial^2 \mathbf{x}_i}{\partial t^2} \right|^t \quad (3.43)$$

$$\left. \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial t} \right|^{t+dt} = \frac{\alpha_N}{\beta_N dt} (\mathbf{x}_i|^{t+dt} - \mathbf{x}_i|^t) - \left(\frac{\alpha_N}{\beta_N} - 1 \right) \left. \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial t} \right|^t - \left(\frac{\alpha_N}{2\beta_N} - 1 \right) dt \left. \frac{\partial^2 \mathbf{x}_i}{\partial t^2} \right|^t \quad (3.44)$$

resultiert aus dem Gleichungssystem (3.38):

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\beta_N} \mathbf{M} + \frac{\alpha_N}{\beta_N} dt \mathbf{C} + dt^2 \mathbf{K} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_i = & \left(\frac{1}{\beta_N} \mathbf{M} + \frac{\alpha_N}{\beta_N} dt \mathbf{C} \right) \mathbf{x}_i|^t + \left[\frac{1}{\beta_N} \mathbf{M} + \left(\frac{\alpha_N}{\beta_N} - 1 \right) dt \mathbf{C} \right] dt \left. \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial t} \right|^t \\ & + \left[\left(\frac{1}{2\beta_N} - 1 \right) \mathbf{M} + \left(\frac{\alpha_N}{2\beta_N} - 1 \right) dt \mathbf{C} \right] dt^2 \left. \frac{\partial^2 \mathbf{x}_i}{\partial t^2} \right|^t + dt^2 \mathbf{q}_i \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{x}_i|^{t+dt} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}_i \quad (3.47)$$

Die nichtlinearen Ausdrücke müssen in jedem Zeitschritt iterativ gelöst werden, wobei in

der vorliegenden Arbeit das *Newton-Raphson*-Verfahren zur Anwendung kommt. Ausgehend von dem Gleichungssystem

$$\mathbf{f}_i^{(k)}(\mathbf{x}_i^{(k)}) = 0 \quad (3.48)$$

mit der Näherungslösung $\mathbf{x}_i^{(k)}$ der k -ten Iteration, erfolgt die Ermittlung der *Jakobi*-Matrix $\mathbf{J}_i^{(k)}$.

$$\left(\mathbf{J}_i^{(k)}\right)_{j,l} = \frac{\partial \left(\mathbf{f}_i^{(k)}\right)_j}{\partial \left(\mathbf{x}_i^{(k)}\right)_l} \quad (3.49)$$

Anschließend ergibt sich mit

$$\mathbf{J}_i^{(k)} \delta \mathbf{x}_i^{(k)} = -\mathbf{f}_i^{(k)}(\mathbf{x}_i^{(k)}) \quad (3.50)$$

$$\mathbf{x}_i^{(k+1)} = \mathbf{x}_i^{(k)} + \delta \mathbf{x}_i^{(k)} \quad (3.51)$$

die verbesserte Näherung für die Lösung $\mathbf{x}_i^{(k+1)}$. Die Iteration wird bis zum Erreichen der gewünschten Genauigkeit fortgesetzt.

Vor einer dynamischen Schwingungsberechnung ist die statische Durchhanglinie des Seils zu bestimmen. Dies geschieht, indem die zeitabhängigen Komponenten der Bewegungsgleichungen unberücksichtigt bleiben und die verbleibenden Terme ausgewertet werden. Weitere Ausführungen zur Lösung der Seilgleichungen stammen unter anderem von *Kim* und *Perkins* [47], *Lehner* und *Batterman* [52], *Roussel* [94] sowie *Watts* und *Frith* [127]. Bei der räumlichen Diskretisierung sollte darauf geachtet werden, dass die Elementlänge ds_0 klein genug ist, um alle interessierenden Eigenformen ausreichend genau zu erfassen. Die numerische Lösung der Ausdrücke (3.5) für die mechanische Saite ist mit den entsprechenden Vereinfachungen analog durchzuführen.

Das Eigenverhalten des nichtlinearen Seils ergibt sich nach der Linearisierung der Bewegungsgleichungen um den Arbeitspunkt des statischen Durchhangs aus dem homogenen Gleichungssystem ohne Berücksichtigung der Dämpfung. Aufgrund des geringen Dämpfungsgrades fallen die Eigenfrequenzen des ungedämpften und des gedämpften Seils praktisch zusammen. Bei der linearen Saite können die Eigenfrequenzen zum einen analog auf numerische Weise und zum anderen mit Gleichung (3.7) ermittelt werden. Tabelle 3.1

Tabelle 3.1: Eigenverhalten in Seilebene (a antimetrisch, s symmetrisch)

Theorie, Bauteil	Saite		Seil, $x_{3m} = 1,00 \text{ m}, \lambda^2 = 10$		Seil, $x_{3m} = 2,15 \text{ m}, \lambda^2 = 100$	
Eigenform	a	s	a	s	a	s
bezogene Eigenkreis- frequenz $\bar{\omega}_n$ [-] $n=1, \dots, 6$	6,283	3,142	6,791	4,888	6,513	8,418
		9,425		9,892		11,166
	12,566		12,911		12,711	16,207
		15,708		16,055	18,999	
	18,850		19,171			22,231

zeigt die Ergebnisse einer Vergleichsrechnung¹ mit den Parametern $E = 160000 \text{ N/mm}^2$, $A = 1650 \text{ mm}^2$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $d = 50 \text{ mm}$, $\mu = 13,7 \text{ kg/m}$, $\delta = 0^\circ$ und $l = 100 \text{ m}$ für verschiedene Seildurchhänge x_{3m} . Die bezogene Eigenkreisfrequenz $\bar{\omega}_n$ errechnet sich mit der Eigenfrequenz f_n zu:

$$\bar{\omega}_n = \frac{\omega_n}{\sqrt{\frac{S_s}{\mu l^2}}} \quad \text{mit} \quad f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (3.52)$$

Es ist leicht zu erkennen, dass das Eigenverhalten des Seils mit geringem Durchhang sehr dem Verhalten der Saite ähnelt. Die höheren Seileigenfrequenzen stimmen zunehmend mit den Saiteneigenfrequenzen überein. Außerdem wechseln bei beiden Bauteilen antimetrische und symmetrische Eigenformen einander regelmäßig ab. Im Gegensatz dazu zeigt das Seil mit größerem Durchhang stärker abweichende Eigenfrequenzen und eine geänderte, unregelmäßige Reihenfolge der antimetrischen und symmetrischen Eigenformen. Dieses Phänomen bei horizontalen Seilen wird als *modal crossover* bezeichnet und tritt bei Seilparametern $\lambda^2 \geq 4n^2\pi^2$ auf. Im Falle geneigter Seile beschreibt *Starossek* [113] das so genannte *avoided crossing*.

Für die Berechnung straff gespannter Brückenseile liefert die lineare Saitentheorie im Allgemeinen gute Ergebnisse [69]. Schrägseile von abgespannten Masten weisen aber teilweise deutlich niedrigere Vorspanngrade auf [104], wobei die Seilparameter allerdings in einem Bereich $\lambda^2 < 4\pi^2$ liegen. Zudem können die Amplituden Regen-Wind induzierter Schwingungen sehr groß sein. Diese Aspekte sprechen für die Erfassung der nichtlinearen Effekte durch die Seiltheorie.

¹Bei sämtlichen mathematischen Simulationen der Seilschwingungen kommt im Rahmen dieser Arbeit das Programm MATLAB VERSION 6.5 zur Anwendung.

Kapitel 4

Bewegungsgleichungen der Rinnsale

4.1 Vorbemerkungen

Die Regenwasserrinnsale an den Seilen haben einen entscheidenden Einfluss bei der Entstehung von Regen-Wind induzierten Schwingungen. Aufgrund der Komplexität der Interaktion zwischen den beiden strömenden Fluiden Wasser und Luft näherte *Yamaguchi* [137] die Bewegungen des oberen Rinnsals vereinfachend durch ein schwingendes, an den Seilquerschnitt gekoppeltes Pendel an. *Nahrath* [69] griff diese Idee auf und integrierte ein oberes und ein unteres viskos gedämpftes Pendel in sein analytisches Modell. Verschiedene Autoren haben bereits versucht, das Rinnsal als strömendes Fluid abzubilden [62]. Mit den Untersuchungen von *Cosentino* [9] sowie *Schwarzkopf* und *Sedlacek* [107] stehen erstmals veröffentlichte Angaben über die genaue Rinnsalform und -position im Schwingungsverlauf zur Verfügung. In dieser Arbeit erfolgt die Berechnung der zweidimensionalen Rinnsalströmung in Seilumfangsrichtung mit Hilfe vereinfachter *Navier-Stokes*-Gleichungen. Ein Abtropfen des Wassers vom Bauteil wird von der Untersuchung ausgeklammert. Mit den Themen freie Flüssigkeitsoberfläche, Kontaktwinkel zwischen Flüssigkeit und Festkörper sowie Tropfenbewegung haben sich unter anderem *Hocking* [35, 36, 37, 38], *Tuck* und *Schwartz* [117] sowie *Wilson* et al. [130] beschäftigt.

4.2 Grundgleichungen

4.2.1 Kontinuitätsgleichung und *Navier-Stokes*-Gleichungen

Der Massenerhaltungssatz besagt, dass der Zuwachs von Masse in einem Kontrollraum eines strömenden Fluids gleich der Differenz zwischen den ein- und austretenden Massenströmen ist [128]. Abbildung 4.1 zeigt einen solchen Kontrollraum $dV = dx_{r1} dx_{r2} dx_{r3}$ mit

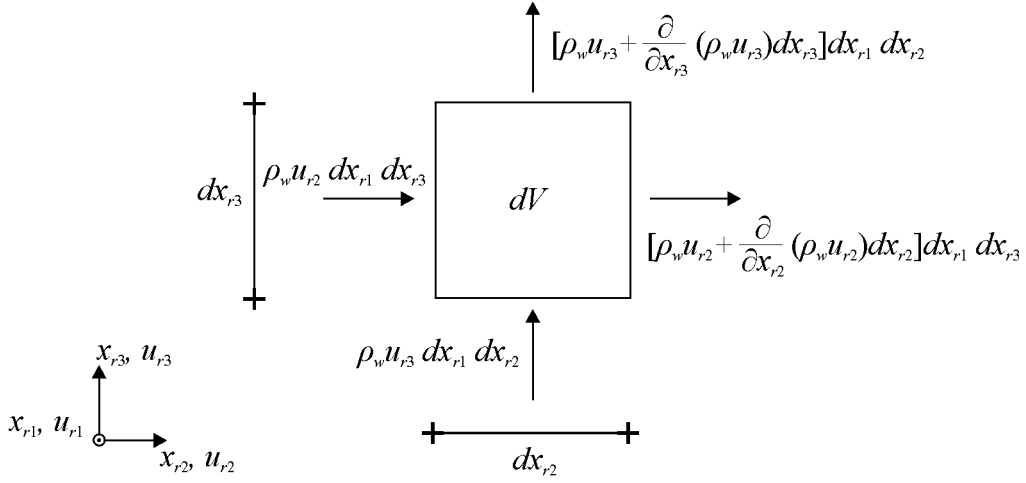


Abbildung 4.1: Kontrollraum und Massenfluss

infinitesimaler Ausdehnung – aus Gründen der Übersichtlichkeit ohne die Einflussgrößen in x_{r1} -Richtung. Durch Anwendung des Massenerhaltungssatzes und Division durch das Volumen und die Dichte ρ_w ergibt sich die Kontinuitätsgleichung der quellfreien Strömung.

$$\frac{\partial u_{r1}}{\partial x_{r1}} + \frac{\partial u_{r2}}{\partial x_{r2}} + \frac{\partial u_{r3}}{\partial x_{r3}} = \frac{\partial u_{ri}}{\partial x_{ri}} = 0 \quad \text{mit } i = 1, 2, 3 \quad (4.1)$$

Da die Kompressibilität von Wasser infolge der geringen Geschwindigkeiten vernachlässigbar ist, findet die partielle Zeitableitung $\partial \rho_w / \partial t$ keinen Eingang in die Gleichung [128, 140]. u_{ri} stellen die Strömungsgeschwindigkeiten in die Richtungen x_{ri} dar.

$$\frac{\partial x_{ri}}{\partial t} = u_{ri} \quad \text{mit } i = 1, 2, 3 \quad (4.2)$$

Der Impulssatz besagt, dass der Zuwachs des Impulses in einem Kontrollraum eines strömenden Fluids gleich der Summe aller äußeren Kräfte und der Differenz zwischen ein- und aus tretendem Impulsstrom ist [140]. Nach kurzer Zwischenrechnung bedeutet dies für einen infinitesimalen Kontrollraum [128]:

$$\Sigma \mathbf{F} = \rho_w \frac{d\mathbf{u}_r}{dt} dx_{r1} dx_{r2} dx_{r3} \quad \text{mit } \mathbf{u}_r = [u_{r1} \ u_{r2} \ u_{r3}]^T \quad (4.3)$$

Abbildung 4.2 zeigt die auf einen solchen Kontrollraum wirkenden Kräfte – vereinfachend ohne die Einflussgrößen in x_{r1} -Richtung. Dabei sind der hydrodynamische Druck p , die Massenkräfte f_{ri} und die Oberflächenkräfte F_{ri} zu unterscheiden. Letztere resultieren aus dem Verformungswiderstand des Fluids. Bei einem *Newtonschen* Fluid ist die Beziehung

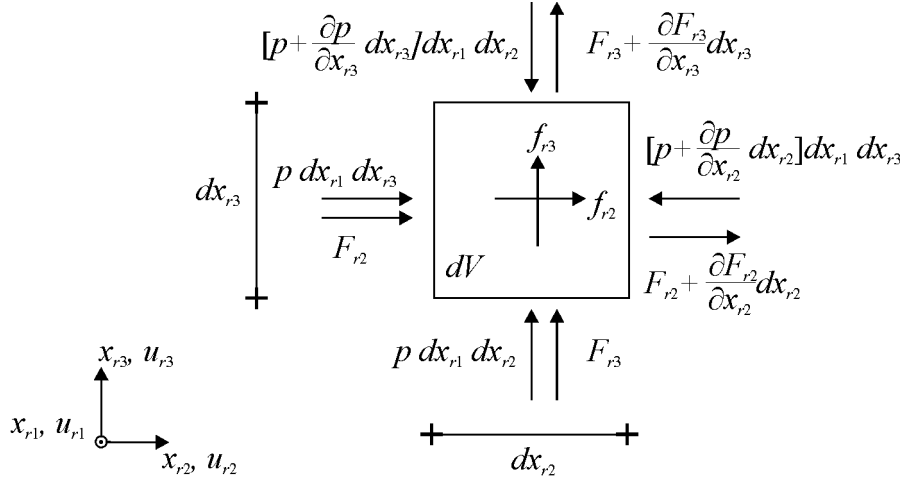


Abbildung 4.2: Kontrollraum und angreifende Kräfte

zwischen den Spannungen σ_{ri} bzw. τ_{rij} und den Formänderungsgeschwindigkeiten linear. Für die Richtung x_{r2} ergibt sich:

$$\frac{dF_{r2}}{dV} = \frac{\partial \tau_{r12}}{\partial x_{r1}} + \frac{\partial \sigma_{r2}}{\partial x_{r2}} + \frac{\partial \tau_{r32}}{\partial x_{r3}} \quad (4.4)$$

$$\text{mit } \sigma_{r2} = 2\eta \frac{\partial u_{r2}}{\partial x_{r2}}, \quad (4.5)$$

$$\tau_{r12} = \eta \left(\frac{\partial u_{r1}}{\partial x_{r2}} + \frac{\partial u_{r2}}{\partial x_{r1}} \right), \quad (4.6)$$

$$\tau_{r32} = \eta \left(\frac{\partial u_{r2}}{\partial x_{r3}} + \frac{\partial u_{r3}}{\partial x_{r2}} \right) \quad (4.7)$$

Die Terme der anderen beiden Richtungen sind entsprechend zu ermitteln. Die dynamische Zähigkeit η ist das Produkt aus der Dichte ρ und der kinematischen Zähigkeit ν (Wasser: $\nu_w \cong 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\rho_w \cong 999,1 \text{ kg/m}^3$ bei 15°C und $1013,25 \text{ hPa}$).

$$\eta = \rho \nu \quad (4.8)$$

Das Einsetzen aller Kräfte aus Abbildung 4.2 in Gleichung (4.3) liefert, unter Beachtung der Ausdrücke (4.4) bis (4.8) und den entsprechenden Formeln für die Richtungen x_{r1} und x_{r3} sowie nach Vereinfachung mit der Kontinuitätsgleichung (4.1), die so genannten *Navier-Stokes-Gleichungen* [128, 140].

$$f_{ri} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_{ri}} + \nu \frac{\partial^2 u_{ri}}{\partial x_{rj} \partial x_{rj}} = \frac{du_{ri}}{dt} = u_{rj} \frac{\partial u_{ri}}{\partial x_{rj}} + \frac{\partial u_{ri}}{\partial t} \quad \text{mit } i, j = 1, 2, 3 \quad (4.9)$$

Die substantielle Beschleunigung du_{ri}/dt setzt sich zusammen aus einem konvektiven Anteil $u_{rj} \partial u_{ri}/\partial x_{rj}$ und einem lokalen Anteil $\partial u_{ri}/\partial t$.

Bei der Auswertung der *Navier-Stokes*-Gleichungen werden im Allgemeinen gewisse Vereinfachungen eingeführt. Die Rinnsale auf der Seiloberfläche sind im Verhältnis zur Breite sehr flach (Abschnitt 2.2.4 und [9]). Dies erlaubt die Vernachlässigung der Trägheitsglieder, da sie sehr viel kleiner sind als die Zähigkeitsglieder [140]:

$$\underbrace{\frac{du_{ri}}{dt}}_{\cong 0} \ll \nu \frac{\partial^2 u_{ri}}{\partial x_{rj} \partial x_{rj}} \quad (4.10)$$

Bei einer ebenen Fluidströmung zwischen zwei Grenzflächen, die in einem kleinen Winkel zueinander geneigt sind, weist die Geschwindigkeitskomponente in Hauptströmungsrichtung einen deutlich größeren Wert auf als die Komponente senkrecht dazu. Unter Berücksichtigung dieser Tatsache ergibt die Abschätzung der Größenordnungen der einzelnen Terme in den *Navier-Stokes*-Gleichungen eine weitere Vereinfachung. Für die relativ umfangreiche, mathematische Formulierung sei auf die Ausführungen von *Spurk* [112] verwiesen. Daraus resultieren folgende Gleichungen für die ebene, stationäre Strömung der Wasserrinnsale in Seilumfangsrichtung:

$$f_{r2} - \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial x_{r2}} + \nu_w \frac{\partial^2 u_{r2}}{\partial x_{r2}^2} = 0 \quad (4.11)$$

$$f_{r3} - \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial x_{r2}} = 0 \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial u_{r1}}{\partial x_{r1}} + \frac{\partial u_{r2}}{\partial x_{r2}} = 0 \quad (4.13)$$

Cosentino [9] und *Matsumoto* et al. [62] betrachten ebenfalls die ebene Rinnsalströmung.

4.2.2 Oberflächenspannung und Krümmungsdruck

Tropfbare Flüssigkeiten bilden freie Oberflächen. Diese weisen Oberflächen- bzw. Kapillarspannungen auf [103, 141].

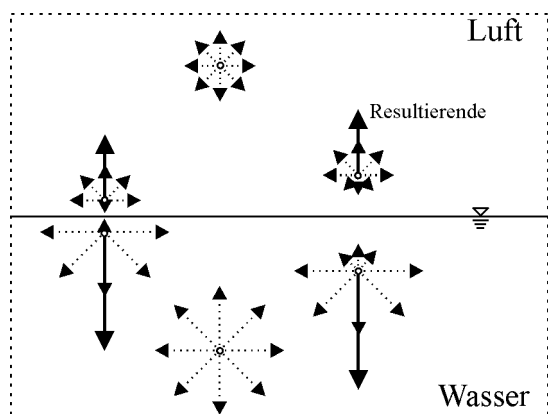


Abbildung 4.3: Intermolekulare Kräfte im Inneren und an der Oberfläche einer Flüssigkeit [103]

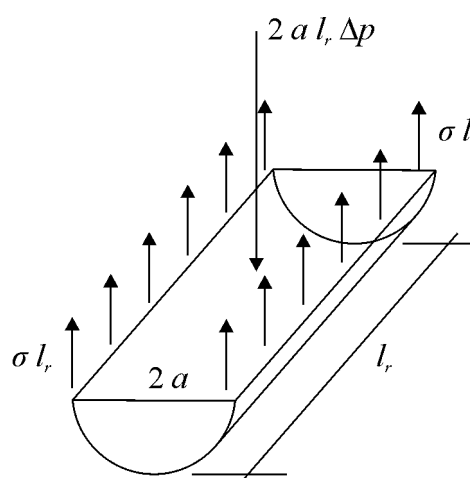


Abbildung 4.4: Oberflächenspannung eines schematisierten Rinnsals

Zwischen den Molekülen herrschen Anziehungskräfte, die den Zusammenhalt des Mediums bewirken. Abbildung 4.3 zeigt ein Schema der freien Oberfläche zwischen dem Gas (genauer: Gasgemisch) Luft und der Flüssigkeit Wasser. Im Inneren der Flüssigkeit wirken in alle Richtungen gleich große intermolekulare Kräfte, deren Resultierende dementsprechend Null ist. Im Inneren des gasförmigen Mediums gilt dies genauso, wobei die Beträge sehr viel kleiner sind. Die intermolekularen Kräfte, die von den Luftteilchen nahe der Grenzfläche auf die Wassermoleküle nahe der Grenzschicht wirken, sind entsprechend deutlich geringer als die Kräfte, die von den Wasserteilchen nahe der Grenzschicht in die umgekehrte Richtung wirken. Die intermolekularen Kräfte der Wasserteilchen an und nahe unter der Oberfläche haben also große Beträge ins Innere der Flüssigkeit und längs der Oberfläche, während die Komponente nach außen deutlich kleiner ist. Es entsteht eine nach innen gerichtete, resultierende Gesamtkraft. Somit befinden sich auf der freien Oberfläche nur gerade so viele Moleküle, wie zur Bildung derselben absolut notwendig sind. Die Oberfläche hat das Bestreben, sich zu verkleinern. Dieses mikroskopische Phänomen erscheint makroskopisch als eine gespannte Haut. Um eine solche Oberfläche zu vergrößern, ist Arbeit entgegen der Resultierenden dF_r zu leisten, die senkrecht auf ein Element ds der Grenzfläche wirkt. Bei einer Verschiebung der Fläche um die Strecke db nach außen wird die Arbeit $dF db$ geleistet und die Oberfläche damit um $ds db$ vergrößert.

$$\sigma = \frac{dF_r db}{ds db} = \frac{dF_r}{ds} \quad (4.14)$$

Die Oberflächenspannung σ , auch spezifische Oberflächenenergie genannt, hat nicht die Dimension einer Spannung, also Kraft pro Fläche, sondern die Einheit Kraft pro Länge. Ihre Größe hängt wesentlich von den aneinander grenzenden Medien ab und beträgt für

Wasser und Luft $\sigma \cong 0,0735 \text{ N/m}$ bei 15°C Umgebungstemperatur.

Bei gekrümmten Grenzflächen führt die Oberflächenspannung auf der konkaven Seite zu einem Überdruck, dem Krümmungs- oder Kapillardruck. Abbildung 4.4 zeigt einen halbierten Zylinder mit dem Radius a und der Länge l_r , der vereinfachend ein Wasserrinnal darstellt. Für diesen ergibt sich der Krümmungsdruck Δp [128] zu:

$$2 a l_r \Delta p = 2 \sigma l_r \quad (4.15)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta p = \frac{\sigma}{a} \quad (4.16)$$

Im Allgemeinen wird die Oberfläche des Rinnsals aber nicht die Form eines Halbzylinders mit konstanter Krümmung $1/a$ annehmen. Beschreibt die Variable $h(x_{r2}, t)$ die in Ort und Zeit veränderliche Höhe des Rinnsals (Abbildung 4.6), so stellt deren zweite Ableitung in erster Näherung die Krümmung dar. Somit gilt für den Druck p an der einfach gekrümmten Rinnsaloberfläche:

$$p + \sigma \frac{\partial^2 h}{\partial x_{r2}^2} = \text{konst.} \quad (4.17)$$

4.2.3 Kontaktwinkel

Die intermolekularen Kräfte zwischen gleichartigen Molekülen oder Atomen heißen Kohäsionskräfte, während die Kräfte zwischen verschiedenartigen Teilchen als Adhäsionskräfte bezeichnet werden. Bilden Gase und Flüssigkeiten gemeinsame Grenzschichten, überwiegen, wie im vorangegangenen Abschnitt dargestellt, deutlich die Kohäsionskräfte der Flüssigkeit, die dadurch fast allein das Verhalten der Oberfläche bestimmen. Treffen ein festes (Index f), ein flüssiges (Index w) und ein gasförmiges (Index l) Medium aufeinander (Abbildung 4.5), so verlangt die Forderung nach Gleichgewicht, dass die vektorielle Summe der Oberflächenspannungen verschwindet. Daraus folgt für den Kontaktwinkel θ zwischen der Flüssigkeit und der festen Oberfläche:

$$\sigma_{fl} - \sigma_{fw} = \sigma_{wl} \cos \theta \quad (4.18)$$

Die Oberflächenspannungen gegenüber dem Feststoff, deren Richtung durch die feste Grenzfläche bestimmt ist, lassen sich nur als Differenz bestimmen. Die Größe $\sigma_{fl} - \sigma_{fw}$ heißt Haftspannung. Im Rahmen dieser Arbeit soll lediglich das Verhalten von Wasser und Luft

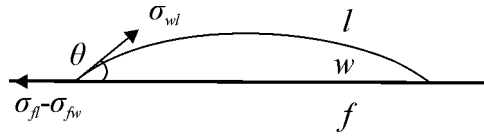


Abbildung 4.5: Oberflächenspannungen an der Kontaktlinie zwischen einem Feststoff (f), Wasser (w) und Luft (l) [103]

an einer festen Polyethylen- oder Stahloberfläche untersucht werden. In diesen Fällen stellt sich die so genannte teilweise Benetzung ein, d.h. $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$. Die Literatur unterscheidet noch weitere Arten der Benetzung [103].

Befindet sich das Rinnsal in Ruhe auf einer horizontalen Ebene, so stellt sich ein statischer Kontaktwinkel

$$\theta = \frac{\partial h}{\partial x_{r2}} \quad (4.19)$$

ein. Wird die Ebene gerade so weit geneigt, dass das Rinnsal noch nicht seine Position ändert, wächst der untere statische Winkel θ_a infolge des Rinnsaleigengewichts, während der obere statische Kontaktwinkel θ_r schrumpft. Bei weiter steigendem Anstellwinkel der Ebene beginnt das Rinnsal zu gleiten. Die dynamischen Winkel $\bar{\theta}_a$ und $\bar{\theta}_r$ übersteigen dabei die bisherigen statischen Werte. Mit höher werdender Rinnsalgeschwindigkeit streben sie gegen die in Gleichung (4.20) angegebenen Grenzen, die kennzeichnend für die teilweise Benetzung sind, und überschreiten sie unter Umständen. Das heißt für alle Punkte der Kontaktlinien Luft-Wasserrinnsal-Polyethylenfläche gilt:

$$0^\circ \leq \bar{\theta}_r \leq \theta_r \leq \theta \leq \theta_a \leq \bar{\theta}_a \leq 90^\circ \quad (4.20)$$

Die geschwindigkeitsabhängigen Kontaktwinkel gehen als Randbedingungen in die Simulation ein. Ihre versuchstechnische Bestimmung ist fehleranfällig und ihre Berücksichtigung in der numerischen Rechnung erweist sich als aufwendig. Diese Überlegungen veranlassten *Hocking* [36] dazu, folgende Annahme zu treffen:

$$-\left(\frac{\partial h}{\partial x_{r2}}\right)_{x_{r2}=a_a} = \begin{cases} \theta_a & \text{falls } \frac{\partial a_a}{\partial t} > 0 \\ \theta_r & \text{falls } \frac{\partial a_a}{\partial t} < 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

$$\theta_r \leq -\left(\frac{\partial h}{\partial x_{r2}}\right)_{x_{r2}=a_a} \leq \theta_a \quad \text{falls } \frac{\partial a_a}{\partial t} = 0 \quad (4.22)$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x_{r2}} \right)_{x_{r2}=a_r} = \begin{cases} \theta_r & \text{falls } \frac{\partial a_r}{\partial t} > 0 \\ \theta_a & \text{falls } \frac{\partial a_r}{\partial t} < 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

$$\theta_r \leq \left(\frac{\partial h}{\partial x_{r2}} \right)_{x_{r2}=a_r} \leq \theta_a \quad \text{falls } \frac{\partial a_r}{\partial t} = 0 \quad (4.24)$$

Diese Formulierung besagt mit Abbildung 4.6, dass sich am vorrückenden Rand a_a der Kontaktwinkel θ_a einstellt (Gleichung (4.21)) und am Rand a_r , der sich zurückzieht, die Neigung θ_r auftritt (Gleichung (4.23)). Im statischen Fall liegt der Wert innerhalb dieser Grenzen (Gleichungen (4.22) und (4.24)). Konkrete Angaben zu den Beträgen der Kontaktwinkel sind in den entsprechenden Veröffentlichungen [9, 107] nicht zu finden. Abgeleitet von den Angaben *Cosentinos* [9] bezüglich der Rinnsalabmessungen, werden bei den Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit die Werte $\theta_a = 7^\circ$, $\theta = 6^\circ$ und $\theta_r = 5^\circ$ angenommen. Die Ähnlichkeit des oberen und unteren Rinnsals erlaubt die näherungsweise Anwendung dieser Parameter für beide Fälle. Aufgrund der regnerischen Witterungsbedingungen beim Auftreten von Regen-Wind induzierten Schwingungen ist bei der Festlegung der Kontaktwinkel zu beachten, dass die Seiloberfläche bereits befeuchtet ist. Im trockenen Zustand wären der statische und die dynamischen Winkel zwischen der Flüssigkeitsgrenzschicht und der Feststoffoberfläche erheblich größer.

Die resultierenden Adhäsionskräfte stehen senkrecht auf die feste Oberfläche und bewirken das Haften der Rinnsale an der Seiloberfläche. Phänomene wie die Bildung von Wassertropfen, das Abreißen eines Rinnsals vom Seil infolge äußerer Kräfte sowie die Rinnsalvergrößerung durch Wasserzufluss werden hier allerdings, wie in [9, 62], von der Betrachtung ausgeklammert, um die numerische Berechnung zu vereinfachen und zu beschleunigen.

4.2.4 Randbedingungen

Zur vollständigen Beschreibung des Rinnsals gehören schließlich die Randbedingungen. An der freien Oberfläche $x_{r3} = h(x_{r2}, t)$ zwischen Wasser und Luft gilt (Abbildung 4.6):

$$\frac{\partial u_{r2}}{\partial x_{r3}} = 0 \quad \text{und} \quad (4.25)$$

$$u_{r3} = \frac{\partial h}{\partial t} + u_{r2} \frac{\partial h}{\partial x_{r2}} \quad (4.26)$$

Gleichung (4.25) ergibt sich mit den oben eingeführten Vereinfachungen, da die Tangentialspannungen an der freien Oberfläche zu Null werden. Randbedingung (4.26) beschreibt

die Kontinuität zwischen Gas und Flüssigkeit, also die Beziehung zwischen der Geschwindigkeit u_{r2} des Rinnals in x_{r2} -Richtung und der daraus resultierenden Veränderung der Rinnalhöhe h senkrecht dazu [128].

Bei den meisten Strömungsproblemen im Bauwesen, wie zum Beispiel der Gerinne- und Rohrströmung, wird die so genannte no slip-Bedingung für die Beschreibung des Verhaltens einer Flüssigkeit an einer festen Oberfläche angewendet [128]. Diese besagt, dass die Geschwindigkeit der Strömung an der Wandung den gleichen Wert aufweist wie die Geschwindigkeit der Wandung selbst. Im vorliegenden Fall ist es erforderlich, das Gleiten des Rinnals auf der festen Seiloberfläche $x_{r3} = 0$ exakter zu modellieren. *Hocking* [36] schlägt vor, den Haft- und Gleitwiderstand mit der so genannten *Maxwell*-Bedingung zu erfassen:

$$u_{r2} = \lambda_r \frac{\partial u_{r2}}{\partial x_{r3}} \quad (4.27)$$

λ_r ist eine empirisch zu ermittelnde, von der Haftspannung abhängige Gleitkonstante. Die Vorstellung der dazu durchgeführten Versuche erfolgt in Abschnitt 4.4. *Wilson* et al. [130] diskutieren diesbezüglich weitere Modellierungsmöglichkeiten. Weiterhin gilt für $x_{r3} = 0$ natürlich, dass die Geschwindigkeit u_{r3} senkrecht zur Wandung zu Null wird:

$$u_{r3} = 0 \quad (4.28)$$

4.3 Herleitung der Bewegungsgleichungen

4.3.1 Dimensionsbehaftete Formulierung

In Abbildung 4.6 ist ein Rinnsal dargestellt, das sich auf der Seiloberfläche in Umfangsrichtung bewegt. Es hat eine Ausdehnung von $a_r \leq x_{r2} \leq a_a$ und $0 \leq x_{r3} \leq h(x_{r2}, t)$.

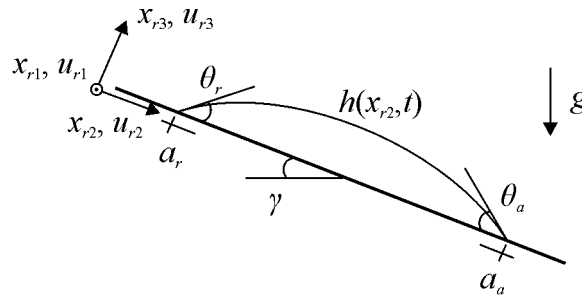


Abbildung 4.6: Rinnsal auf einer geneigten Ebene – dimensionsbehaftete Bezeichnungen

Der Durchmesser des Seils ist im Verhältnis zu den Rinnsaldimensionen sehr groß. Dies erlaubt die Formulierung der Bewegungsgleichungen bezogen auf die Tangentialebene an den kreisförmigen Kabelquerschnitt. Der momentane Neigungswinkel dieser Ebene heißt γ . Mit den in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Zusammenhängen stehen alle notwendigen Informationen zur Verfügung, um die Rinnsalbewegung zu beschreiben.

Die Lösung der Gleichungen (4.11), (4.12) und (4.13) liefert, nach Anpassung der Integrationskonstanten an die Randbedingungen (4.25), (4.27) und (4.28), den Druck p sowie die Geschwindigkeitskomponenten u_{r2} und u_{r3} .

$$p(x_{r2}, x_{r3}, t) = p_0 + \rho_w f_{r2} x_{r2} + \rho_w f_{r3} x_{r3} + \eta_w \bar{p}(x_{r2}, t) \quad (4.29)$$

$$u_{r2}(x_{r2}, x_{r3}, t) = \left(\frac{1}{2} x_{r3}^2 - h x_{r3} - \lambda_r h \right) \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_{r2}} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} u_{r3}(x_{r2}, x_{r3}, t) = & - \left(\frac{1}{6} x_{r3}^3 - \frac{1}{2} h x_{r3}^2 - \lambda_r h x_{r3} \right) \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial x_{r2}^2} \\ & + \left(\frac{1}{2} x_{r3}^2 + \lambda_r x_{r3} \right) \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_{r2}} \frac{\partial h}{\partial x_{r2}} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Durch das Differenzieren und Gleichsetzen der Gleichungen (4.17) und (4.29), das Einsetzen der Ausdrücke (4.30) und (4.31) in die Bedingung (4.26) und eine kurze Zwischenrechnung ergibt sich die dimensionsbehaftete Gleichung der Rinnsaloberfläche.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\sigma}{3\eta_w} \frac{\partial}{\partial x_{r2}} \left\{ h^2 (h + 3\lambda_r) \left[\frac{\partial}{\partial x_{r2}} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x_{r2}^2} + \frac{\rho_w f_{r3}}{\sigma} h \right) + \frac{\rho_w f_{r2}}{\sigma} \right] \right\} = 0 \quad (4.32)$$

Neben den Randbedingungen (4.21) bis (4.24) ist zu beachten, dass die Rinnsalhöhe an den Rändern a_a und a_r zu Null wird und dass die Rinnsalfläche annahmegemäß im Bewegungsverlauf konstant bleibt.

$$h(a_a, t) = h(a_r, t) = 0 \quad \text{und} \quad \int_{a_a(t)}^{a_r(t)} h(x_{r2}, t) dx_{r2} = \text{konst.} \quad (4.33)$$

Die Kraftterme f_{ri} beinhalten die Einwirkungen Eigengewicht, Winddruck (Abschnitt 5.2.1) und Seilbeschleunigung. Sie werden üblicherweise auf die Masseneinheit bezogen, so dass sich die Dimension einer Beschleunigung einstellt [140].

4.3.2 Dimensionslose Formulierung

Um die folgenden Betrachtungen übersichtlicher zu gestalten, bietet sich eine Zusammenfassung der eingeführten Parameter in dimensionslose Größen an [36]. Gleichzeitig wird von der Verschiebungsordinate x_{r2} entlang der festen Oberfläche ein Anteil abgespaltet, der den Weg von der Ausgangsposition zur aktuellen Lage des Rinnsals beschreibt. Abbildung 4.7 zeigt die dimensionslosen Bezeichnungen für das Rinnsal. Im Ausgangszustand habe es die Breite $2a_0$ und den Kontaktwinkel θ_0 . Damit lässt sich die dimensionsbehaftete Zeit t in die dimensionslose Variable τ überführen.

$$t = \frac{3\eta_w a_0 \tau}{\sigma \theta_0^3} \quad (4.34)$$

Die Transformationsregel für die Raumordinate x_{r2} lautet

$$x_{r2} = a_0[\xi_r + b(\tau)], \quad (4.35)$$

wobei b die Rinnsalposition beschreibt und $-a \leq \xi_r \leq a$ eine Koordinate innerhalb des Rinnsals darstellt. Die Rinnsalbreite a errechnet sich zu:

$$a(\tau) = \frac{a_a - a_r}{2a_0} \quad (4.36)$$

Die neue unbekannte Funktion H ersetzt schließlich die Rinnsalhöhe h

$$h(x_{r2}, t) = a_0 \theta_0 H(\xi_r, \tau), \quad (4.37)$$

so dass die dimensionslose Gleichung der Rinnsaloberfläche, analog zu Ausdruck (4.32), folgende Form annimmt:

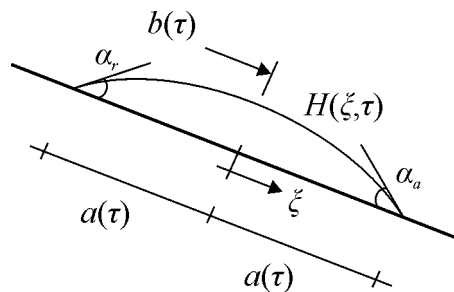


Abbildung 4.7: Rinnsal auf einer geneigten Ebene – dimensionslose Bezeichnungen

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} - \frac{db}{d\tau} \frac{\partial H}{\partial \xi_r} + \frac{\partial}{\partial \xi_r} \left\{ H^2 (H + \bar{\lambda}_r) \left[\frac{\partial}{\partial \xi_r} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial \xi_r^2} + K_3 H \right) + K_2 \right] \right\} = 0 \quad (4.38)$$

$$\text{mit } \bar{\lambda}_r = \frac{3\lambda_r}{a_0 \theta_0} \quad (4.39)$$

$$K_2 = \frac{a_0^2 \rho_w f_{r2}}{\sigma \theta_0}, \quad K_3 = \frac{a_0^2 \rho_w f_{r3}}{\sigma} \quad (4.40)$$

Die im vorangegangenen Abschnitt festgelegten Randbedingungen (4.21) bis (4.24) bezüglich der Kontaktwinkel lauten am unteren Rand $a_a = a_0(a + b)$ des Rinnsals:

$$-\left(\frac{\partial H}{\partial \xi_r}\right)_{\xi_r=a} \leq \alpha_a \quad \text{falls} \quad \frac{db}{d\tau} = -\frac{da}{d\tau} \quad (4.41)$$

$$-\left(\frac{\partial H}{\partial \xi_r}\right)_{\xi_r=a} = \alpha_a \quad \text{falls} \quad \frac{db}{d\tau} > -\frac{da}{d\tau} \quad (4.42)$$

Und am oberen Rand $a_r = a_0(-a + b)$:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial \xi_r}\right)_{\xi_r=-a} \geq \alpha_r \quad \text{falls} \quad \frac{db}{d\tau} = \frac{da}{d\tau} \quad (4.43)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial \xi_r}\right)_{\xi_r=-a} = \alpha_r \quad \text{falls} \quad \frac{db}{d\tau} > \frac{da}{d\tau} \quad (4.44)$$

$\alpha_a = \theta_a/\theta$ und $\alpha_r = \theta_r/\theta$ sind die bezogenen Winkel. Weiterhin gilt für die Ränder und die Fläche des Rinnsals, entsprechend Gleichung (4.33):

$$H(\pm a, \tau) = 0 \quad \text{und} \quad \int_{-a}^a H(\xi_r, \tau) d\xi_r = \text{konst.} \quad (4.45)$$

Zum Zeitpunkt $\tau = 0$ können die Anfangsbedingungen für die Breite a , die Position b und die Ausgangsform H zu

$$a(0) = 1, \quad b(0) = 0 \quad \text{und} \quad (4.46)$$

$$H(\xi_r, 0) = \frac{1}{2} (1 - \xi_r^2) \quad (4.47)$$

angenommen werden. Letztere geht auf Überlegungen von *Hocking* [36] zurück und entspricht dem Verlauf einer quadratischen Parabel.

4.3.3 Auswertung

Die Formulierung (4.38) birgt das Problem in sich, dass die Variable ξ_r von der Zeit τ abhängt und dass der Bereich $-a(\tau) \leq \xi_r \leq a(\tau)$ gleichzeitig ein Teil der Problemlösung ist. Außerdem sind höhere Ableitungen von H am Rinnsalrand singulär. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, empfiehlt es sich, die Variable z und die Funktion $G(z, \tau)$ einzuführen.

$$\xi_r = a(\tau) \tanh z, \quad H = \operatorname{sech}^2 z G(z, \tau) \quad (4.48)$$

Damit ergibt sich Gleichung (4.38) zu:

$$\begin{aligned} & a^4 \frac{\partial G}{\partial \tau} - a^3 \cosh^2 z \left(\frac{db}{d\tau} + \tanh z \frac{da}{d\tau} \right) \left(\frac{\partial G}{\partial z} - 2 \tanh z G \right) + \cosh^2 z \left(G^3 + \bar{\lambda}_r \cosh^2 z G^2 \right) \\ & \cdot \left(\frac{\partial^4 G}{\partial z^4} - 4 \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} \right) + \cosh^2 z \left(3 G^2 \frac{\partial G}{\partial z} + 2 \bar{\lambda}_r \cosh^2 z G \frac{\partial G}{\partial z} - 2 \tanh z G^3 \right) \left(\frac{\partial^3 G}{\partial z^3} - 4 \frac{\partial G}{\partial z} \right) \\ & + K_2 a^3 \left[\left(3 \operatorname{sech}^2 z G^2 + 2 \bar{\lambda}_r G \right) \frac{\partial G}{\partial z} - 6 \tanh z \operatorname{sech}^2 z G^3 - 4 \bar{\lambda}_r \tanh z G^2 \right] + K_3 a^2 \\ & \left[\left(12 G^2 \operatorname{sech}^4 z + 6 \bar{\lambda}_r G \operatorname{sech}^2 z \right) \left(\frac{\partial G}{\partial z} \right)^2 - \left(64 G^3 \operatorname{sech}^4 z \tanh z + 36 \bar{\lambda}_r G^2 \operatorname{sech}^2 z \tanh z \right) \right. \\ & \cdot \frac{\partial G}{\partial z} + \left(4 G^3 \operatorname{sech}^4 z + 3 \bar{\lambda}_r G^2 \operatorname{sech}^2 z \right) \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + \left(64 G^4 \operatorname{sech}^4 z + 36 \bar{\lambda}_r G^3 \operatorname{sech}^2 z \right) \tanh^2 z \\ & \left. - \left(8 G^4 \operatorname{sech}^4 z + 6 \bar{\lambda}_r G^3 \operatorname{sech}^2 z \right) \left(1 - \tanh^2 z \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4.49)$$

Die neue Koordinate ist auf dem Intervall $-\infty \leq z \leq \infty$ definiert. Allerdings klingt die sech -Funktion sehr schnell ab, so dass die Lösung im Folgenden zu allen Zeitpunkten

τ ausschließlich für den endlichen Bereich $-5 \leq z \leq 5$ ermittelt wird. Dies entspricht $1 - \xi_r/a = 1 \cdot 10^{-4}$. Für die Anfangsbedingungen (4.46) und (4.47) gilt dann:

$$G(z, 0) = \frac{1}{2}, \quad a(0) = 1, \quad b(0) = 0 \quad (4.50)$$

Die Steigung an den Rändern $\xi_r = \pm a(\tau)$ beträgt $2G(\pm\infty, \tau)/a$, so dass mit den Gleichungen (4.41) bis (4.44) vier mögliche Randbedingungen existieren:

- Beide Ränder sind fest:

$$G(-\infty, \tau) > \frac{1}{2}a(\tau)\alpha_r, \quad G(\infty, \tau) < \frac{1}{2}a(\tau)\alpha_a, \quad \frac{db}{d\tau} = \frac{da}{d\tau} = 0, \quad (4.51)$$

- Der untere Rand gleitet, der obere Rand ist fest:

$$G(-\infty, \tau) > \frac{1}{2}a(\tau)\alpha_r, \quad G(\infty, \tau) = \frac{1}{2}a(\tau)\alpha_a, \quad \frac{db}{d\tau} = \frac{da}{d\tau} > 0, \quad (4.52)$$

- Der obere Rand gleitet, der untere Rand ist fest:

$$G(-\infty, \tau) = \frac{1}{2}a(\tau)\alpha_r, \quad G(\infty, \tau) < \frac{1}{2}a(\tau)\alpha_a, \quad \frac{db}{d\tau} = -\frac{da}{d\tau} > 0, \quad (4.53)$$

- Beide Ränder gleiten:

$$G(-\infty, \tau) = \frac{1}{2}a(\tau)\alpha_r, \quad G(\infty, \tau) = \frac{1}{2}a(\tau)\alpha_a, \quad \frac{db}{d\tau} > \left| \frac{da}{d\tau} \right| \geq 0 \quad (4.54)$$

Damit ist das Problem vollständig beschrieben. Zur numerischen Lösung der Bewegungsgleichung (4.49) erfolgt die räumliche Diskretisierung mit Hilfe von zentralen finiten Differenzenformeln [6].

$$\frac{\partial G_j}{\partial z} = \frac{1}{2\Delta z} (-G_{j-1} + G_{j+1}) \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial^2 G_j}{\partial z^2} = \frac{1}{\Delta z^2} (G_{j-1} - 2G_j + G_{j+1}) \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial^3 G_j}{\partial z^3} = \frac{1}{2\Delta z^3} (-G_{j-2} + 2G_{j-1} - 2G_{j+1} + G_{j+2}) \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial^4 G_j}{\partial z^4} = \frac{1}{\Delta z^4} (G_{j-2} - 4G_{j-1} + 6G_j - 4G_{j+1} + G_{j+2}) \quad (4.58)$$

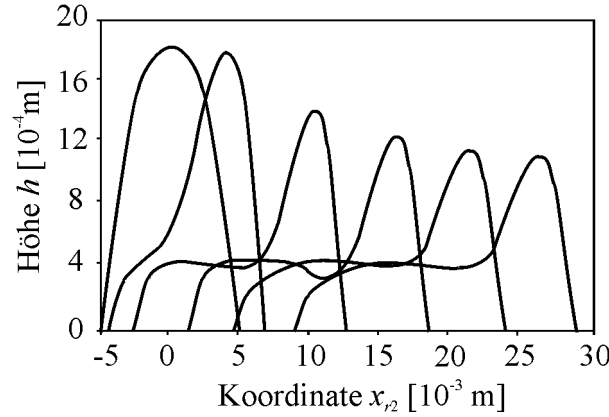


Abbildung 4.8: Rinnsalform und -position zu verschiedenen Zeitpunkten

Hierbei entspricht G_j dem Wert der unbekannten Funktion G an der Stelle j der Rinnsaloberfläche. $\mathcal{O}(h^k)$ ist ein Fehlerglied k -ter Ordnung. Die Zeitintegration wird mit dem *Newmarkschen* Schema durchgeführt. Innerhalb jedes Zeitschritts kommt das *Newton-Raphson*-Verfahren zur Anwendung, um das vorhandene nichtlineare Gleichungssystem zu lösen. Beide Algorithmen wurden bereits in Kapitel 3 ausführlich beschrieben. Die Gesamtlösung G kann als Linearkombination dreier Terme aufgefasst werden.

$$G = G^I + G^{II} \frac{da}{d\tau} + G^{III} \frac{db}{d\tau} \quad (4.59)$$

Neben G sind in jedem Iterationsschritt auch die abhängigen Variablen $da/d\tau$ und $db/d\tau$ unbekannt. Die Komponenten G^I bis G^{III} ergeben sich, indem die rechte Seite des zu lösenden Gleichungssystems über einen Koeffizientenvergleich in drei Teile gegliedert wird und die resultierenden drei Gleichungssysteme getrennt voneinander gelöst werden. Mit der Formulierung des Ausdrucks (4.59) an den beiden Rinnsalrändern und dem zutreffenden Fall der Bedingungen (4.51) bis (4.54) gelingt die Ermittlung von $da/d\tau$ und $db/d\tau$. Damit stehen alle Werte zur Verfügung, um die Gesamtlösung zu berechnen. Ergänzend sei auf die Darstellungen in [95] hingewiesen. Abschließend ist die Rücktransformation in die dimensionsbehafteten Größen vorzunehmen.

Eine einfache Beispielrechnung² soll die nicht unmittelbar ersichtlichen Zusammenhänge verdeutlichen. Dazu wird ein Rinnsal mit den Parametern $\rho_w = 999,1 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $\sigma = 0,0735 \text{ N/m}$, $\lambda_r = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, $a_0 = 0,005 \text{ m}$, $\theta_a = 6,9^\circ$, $\theta = 5,7^\circ$, $\theta_r = 5,2^\circ$ und $\nu_w = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ betrachtet, das aus einer Ruhelage unter der Wirkung seines Eigengewichts eine mit $\gamma = 17,2^\circ$ konstant geneigte Ebene herabfließt. Die Abbildungen 4.8

²Bei sämtlichen mathematischen Simulationen der Rinnsalbewegung kommt im Rahmen dieser Arbeit das Programm MATLAB VERSION 6.5 zur Anwendung.

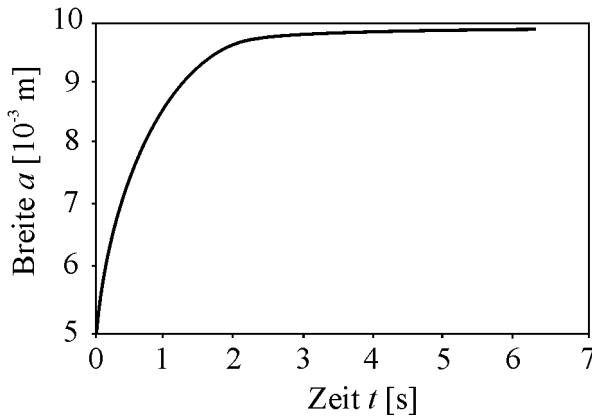


Abbildung 4.9: Veränderung der Rinnsalbreite

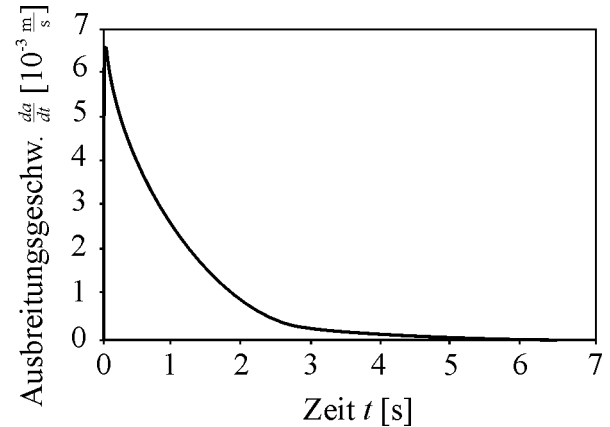


Abbildung 4.10: Veränderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit

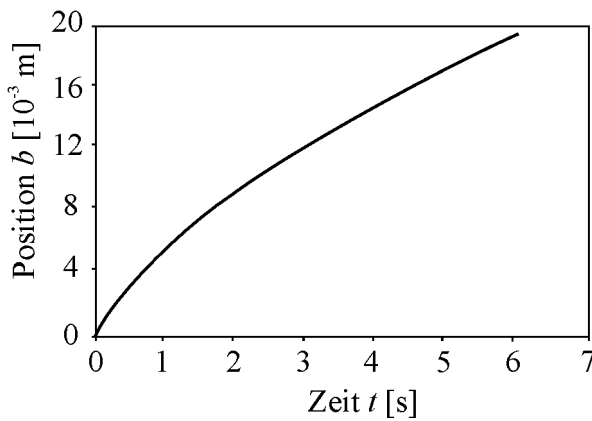


Abbildung 4.11: Veränderung der Rinnsalposition

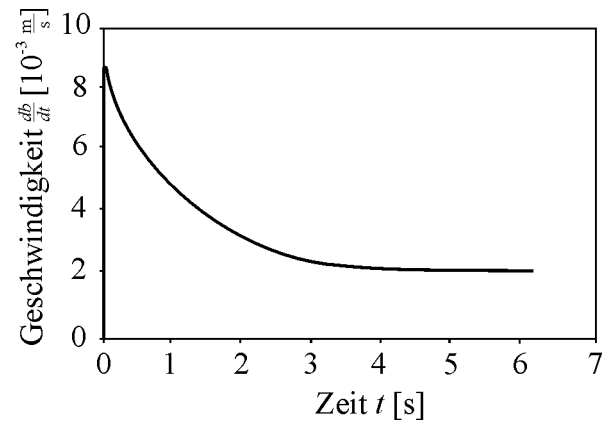


Abbildung 4.12: Veränderung der Rinnsalgeschwindigkeit

bis 4.12 zeigen die Ergebnisse der Simulation. In Abbildung 4.8 sind die stark überhöhte Form und die Position des Rinnals zu verschiedenen Zeitpunkten dargestellt. Wie erwartet haften anfangs beide Ränder an der Ebene. Dann beginnt die untere Kontaktlinie zu gleiten und schließlich folgt auch die obere. Zu Beginn der Berechnung sind deutlich mehr Iterationen im *Newton-Raphson*-Verfahren erforderlich, um die gewünschte Genauigkeit zu erreichen, als im weiteren Verlauf. Dies hängt damit zusammen, dass sich die Rinnsalform anfangs stark ändert und nach einer Weile einem stabilen Zustand entgegenstrebt. Die Diagramme 4.9 bis 4.12 verdeutlichen die Zusammenhänge zwischen der Zeit t und der Rinnsalbreite, -ausbreitungsgeschwindigkeit, -position sowie -geschwindigkeit. Die Breite a nimmt anfangs deutlich zu und strebt dann einem Grenzwert entgegen (Abbildung 4.9: $a_\infty \cong 0,0098$ m). Folgerichtig muss die Ausbreitungsgeschwindigkeit da/dt gegen Null

konvergieren (Abbildung 4.10). Zudem sinkt auch die Geschwindigkeit db/dt des Rinnsalmittelpunktes von ihrem Maximalbetrag nach ca. 5 s infolge der Reibung auf den stabilen Wert $db_\infty/dt \cong 2 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$ (Abbildung 4.12). Bei konstanter Geschwindigkeit ändert sich die Rinnsalposition b linear mit der Zeit (Abbildung 4.11). Bei Regen-Wind induzierten Schwingungen wirken auf die Rinnsale am Seil zusätzlich zeitlich veränderliche Kräfte infolge Wind und Seilbeschleunigung. Weiterhin ist der Neigungswinkel γ zeitlich variabel, da die Bewegungsgleichung für die Tangentialebene an den kreisförmigen Seilquerschnitt ausgewertet wird.

4.4 Versuche zum Rinnsalverhalten

Gleichung (4.27) versucht in einfacher Weise die Interaktion zwischen Wasser und Feststoff an der Seiloberfläche anzunähern. Sie besagt, dass die Rinnsalgeschwindigkeit und der Geschwindigkeitsgradient in einem konstanten Verhältnis zueinander stehen. Die Gleitkonstante λ_r ist abhängig vom Material der Seilummantelung und ihrer Beschaffenheit (Rauhigkeit, Sauberkeit [22]), die näherungsweise auf der kompletten Oberfläche gleich angenommen wird. Da die einschlägige Literatur kaum konkrete Werte für λ_r aufweist, beinhaltet diese Arbeit Experimente zur Bestimmung des Koeffizienten. Der in Abbildung 4.13 dargestellte Versuchsaufbau bestand aus einem eingespannten Zylinder mit veränderbarer Neigung und einer über diesem Versuchskörper installierten Beregnungsanlage. Angetrieben durch einen Elektromotor, der mit Plexiglasscheiben vor Spritzwasser abgeschirmt war, konnte der Zylinder mit unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten bewegt werden.

Durch die Beregnung des ruhenden geneigten Versuchskörpers bildete sich an seiner Unterseite aufgrund der Erdbeschleunigung ein Wasserablauf Rinnsal. Bei einer Rotation des Zylinders stellte sich eine stationäre Auslenkung dieses Rinnsals aus seiner Ruhelage ein (Abbildung 4.14), die in jedem Versuch mit zwei Digitalkameras von unten und von der Seite fotografiert wurde. Die wichtigsten Einflussparameter auf die Rinnsalauslenkung waren die Neigung, der Durchmesser, das Material und die Oberflächenbeschaffenheit des Zylinders sowie die Wassermenge und die Rotationsgeschwindigkeit. Da Regen-Wind induzierte Schwingungen meist an ummantelten Schrägseilen und Brückenhängern auftreten, umfasste das Versuchsprogramm Untersuchungen an Polyethylen- und beschichteten Stahlzylindern. Entsprechend der Größenordnung der in der Praxis üblicherweise verwendeten Zugglieder, betrug deren Durchmesser $d = 100 \text{ mm}$. Die Experimente zeigten, dass die Beregnungsmenge q_r auf die resultierende Rinnsalgröße und -position, unter Beachtung der gegebenen Messgenauigkeit, keinen entscheidenden Einfluss hatte. Dies galt allerdings nur für Werte von $\text{ca. } 0,05 \text{ mm/min} \leq q_r \leq 1,40 \text{ mm/min}$. Bei Unterschreiten der Mindestmenge bildete sich kein Rinnsal und bei sehr großen Wassermengen tropfte das Wasser in

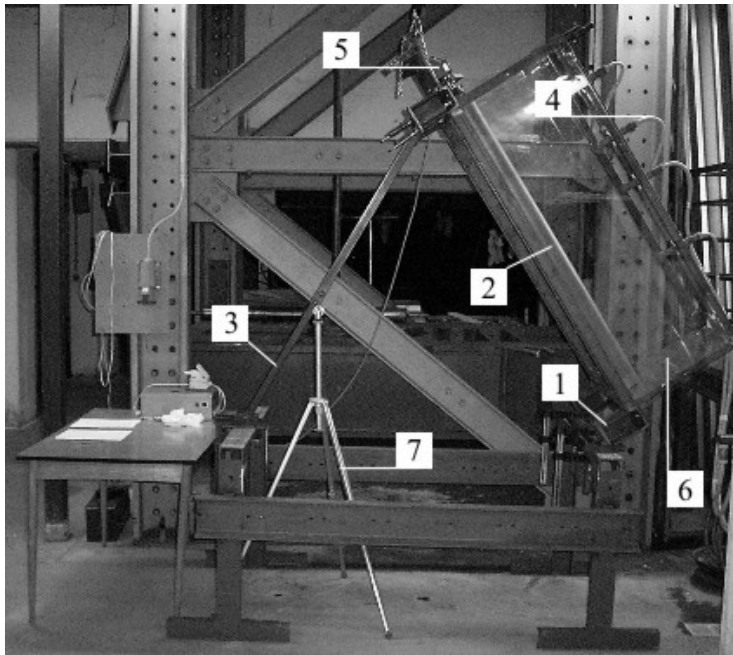


Abbildung 4.13: Versuchsaufbau – 1 Einspannvorrichtung, 2 Zylinder, 3 Neigevorrichtung, 4 Berechnungsanlage, 5 Elektromotor, 6 Plexiglasscheiben, 7 Kamerastativ

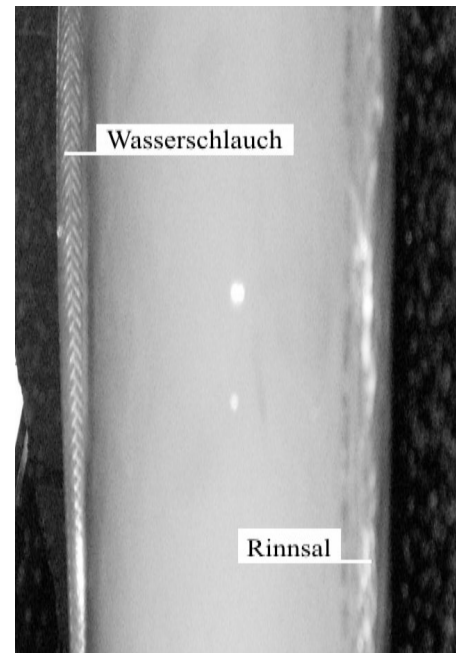


Abbildung 4.14: Ausgelenktes Wasserrinnsal (Drehrichtung nach rechts, Blickrichtung von unten)

sehr starkem Maße im gesamten unteren Bereich des Zylinder ab, was die Rinnsalentstehung behinderte. Alle hier dokumentierten Ergebnisse stellten sich bei den angegebenen, mittleren Berechnungsmengen ein. Die Abbildungen 4.15 und 4.16 zeigen die gemessenen Rinnsalauslenkungen in Abhängigkeit von der Rotationsgeschwindigkeit für verschiedene Neigungswinkel und Materialien. In allen Versuchsreihen steigen die Auslenkungen unterproportional mit der Rotationsgeschwindigkeit des Zylinders an, da bei größeren Auslenkungen die temporären Winkel γ der festen Oberfläche überproportional anwachsen. Aufgrund der größeren Eigengewichtskomponenten senkrecht zur Längsachse sind die Werte bei kleineren Zylinderneigungswinkeln δ geringer. Der Vergleich der Resultate in beiden Grafiken macht deutlich, dass sich die unterschiedlichen Oberflächenmaterialien im vorliegenden Fall kaum auswirken. Die Differenzen, genauer gesagt die größeren Auslenkungen am Stahlzylinder, die auf die größere Oberflächenrauigkeit zurückzuführen sind, werden im weiteren Verlauf vernachlässigt.

Um aus den Versuchsergebnissen nun die Gleitkonstante λ_r zu bestimmen, bietet sich in guter Näherung die folgende Vorgehensweise an: Für die Berechnung an der Tangentialebene erfolgt mit Hilfe des Radius und der Kreisbogenlänge zuerst die Umrechnung der Winkelgeschwindigkeit auf die Dimension m/s. Anschließend wird anstelle des Problems ei-

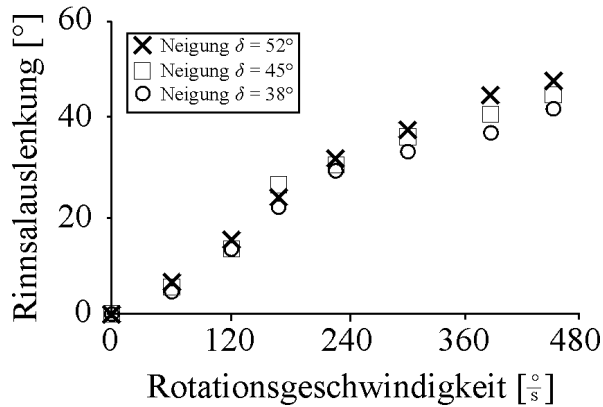


Abbildung 4.15: Rinnsalauslenkungen am Polyethylenzylinder

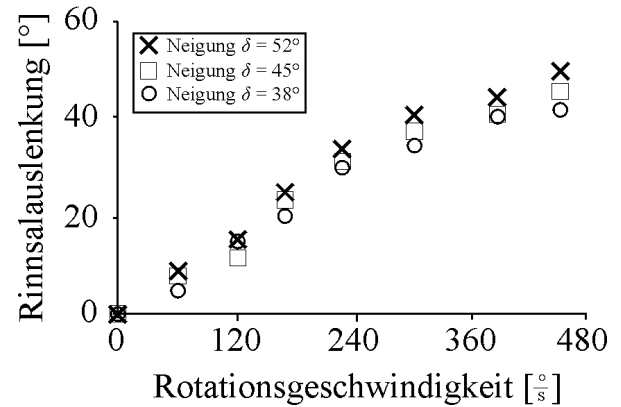


Abbildung 4.16: Rinnsalauslenkungen am beschichteten Stahlzylinder

nes stehenden Rinnsals an einer sich bewegenden Ebene die Fragestellung eines gleitenden Rinnsals an einer festen Ebene betrachtet. Die Wandungs- und Rinnsalgeschwindigkeiten beider Fälle stimmen dabei überein. Mit einem Schätzwert für λ_r ergibt die Auswertung der Gleichung (4.32) dann für jeden Einzelversuch eine Rinnsalgeschwindigkeit. Bis zum Erreichen einer vorher festgelegten Maximalabweichung zwischen der gemessenen und der berechneten Rinnsalgeschwindigkeit ist dieser Vorgang iterativ mit angepassten Gleitkoeffizienten zu wiederholen. Es zeigt sich, dass die Annahme $\lambda_r = 1,7 \cdot 10^{-6}$ m, die bereits in der Beispielrechnung getroffen wurde und auf Angaben von *Hocking* [36] basiert, zu guten Übereinstimmungen führt. In den folgenden Simulationen findet dieser Wert Verwendung. Ähnlich wie die Konstante λ_r , soll der von *Nahrath* [69] angesetzte Dämpfungskoeffizient $c_\varphi = 0,025$ Nms die Wechselwirkung zwischen Wasser und Seiloberfläche erfassen. Aufgrund der unterschiedlichen Modellierungsansätze gestaltet sich allerdings ein direkter Vergleich der beiden Werte schwierig.

Kapitel 5

Aerodynamische Kräfte

5.1 Vorbemerkungen

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Untersuchung der wichtigsten Eigenschaften Regen-Wind induzierter Schwingungen (Abschnitt 2.2.4) in laminarer Strömung. Doch auch der Einfluss des natürlichen, böigen Windfeldes soll aufgezeigt werden. Dazu erfolgt in diesem Kapitel die Beschreibung der laminaren und turbulenten Windkräfte, eine knappe Erläuterung der wichtigsten Turbulenzeigenschaften, die Darstellung eines Verfahrens zur numerischen Windgenerierung sowie die Dokumentation der erforderlichen Versuche.

Bei Annahme einer *Strouhal-Zahl* für Kreisquerschnitte von $St \cong 0,2$ und den gebräuchlichen Seildurchmessern im Bauwesen verdeutlicht die Gleichung (2.2) für den hier relevanten Windgeschwindigkeitsbereich nach Abschnitt 2.2.4, dass die Wirbelablösefrequenzen f_a größtenteils deutlich über den (Eigen-)Frequenzen f liegen, in denen Regen-Wind induzierte Seilschwingungen auftreten. Wie in Abschnitt 2.2.4 bereits dargelegt, können die Windkräfte in guter Näherung nach der quasi-stationären Theorie betrachtet werden, wenn die reduzierte Windgeschwindigkeit u_{red} größer oder gleich 20 ist [3, 24, 111]. Dies trifft auf Regen-Wind induzierte Seilschwingungen zu. Somit können die für die Berechnung der Windkräfte erforderlichen aerodynamischen Beiwerte als zeitlich gemittelte Größen an einem statischen Windkanalmodell bestimmt werden.

Norton und *Heidmann* [76] zeichnen in Windkanalversuchen die aerodynamischen Kräfte an zylindrischen Körpern mit variierenden Anströmwinkeln auf. Es zeigte sich, dass die Kraftkomponente normal zum Probekörper proportional zum Quadrat der normalen Geschwindigkeitskomponente war, während der Kraftanteil in axialer Richtung für alle untersuchten Anströmwinkel nur vernachlässigbar kleine Werte aufwies. Dies deckt sich mit

den Aussagen der so genannten Streifentheorie [23]. Angewendet auf die hier betrachteten, sehr langen Seilstrukturen besagt sie, dass die Umströmung der Querschnitte abschnittsweise eben ist und Kräfte infolge von Querströmungseffekten vernachlässigbar klein sind. Demzufolge werden im weiteren Verlauf lediglich die Windkräfte betrachtet, die durch die normal auf die Bauteile stehenden Geschwindigkeitskomponenten hervorgerufen werden. Einschränkend sei angemerkt, dass nach Angaben von *Matsumoto* et al. [64] unter bestimmten Bedingungen dreidimensionale Effekte vermutlich das Auftreten von Regen-Wind induzierten Schwingungen beeinflussen. Andere Autoren bestätigen dies nicht [9].

5.2 Kräfte in laminarer Strömung

5.2.1 Mathematische Beschreibung der Kräfte

Die auf einem umströmten Körper wirkenden Kräfte setzen sich aus Druck- und Schubkräften zusammen, wobei letztere im Allgemeinen vernachlässigbar sind. Mit den obigen Vorbemerkungen ergeben sich bei konstanter Anströmgeschwindigkeit die aerodynamischen Kräfte pro Längeneinheit durch Multiplikation des Staudrucks mit dem entsprechenden aerodynamischen Beiwert für ein beliebig im Raum orientiertes Seil zu (Abbildung 5.2(b)):

$$\bar{q}_D = \frac{1}{2} \rho_l d u_{rel}^2 C_D(\alpha_I, \alpha_{II}) \quad (5.1)$$

$$\bar{q}_L = \frac{1}{2} \rho_l d u_{rel}^2 C_L(\alpha_I, \alpha_{II}) \quad (5.2)$$

$$\bar{q}_{M1} = \frac{1}{2} \rho_l d^2 u_{rel}^2 C_{M1}(\alpha_I, \alpha_{II}) \quad (5.3)$$

$$\bar{q}_{M2} = \frac{1}{2} \rho_l d^2 u_{rel}^2 C_{M2}(\alpha_I, \alpha_{II}) \quad (5.4)$$

Die Widerstandskraft \bar{q}_D , die Auftriebskraft \bar{q}_L sowie die Momente \bar{q}_{M1} und \bar{q}_{M2} sind

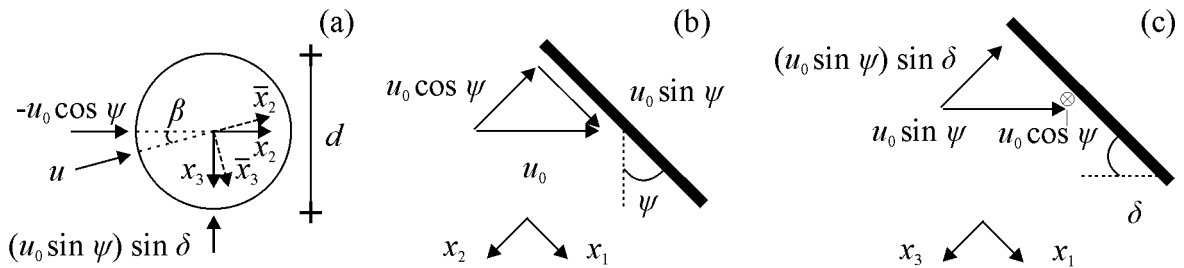


Abbildung 5.1: Komponenten des Windvektors – (a) Querschnitt, (b) Draufsicht, (c) Ansicht

annahmegemäß rein bewegungsinduziert. Die Windkräfte auf die Rinnsale werden näherungsweise durch Division der aerodynamischen Momente nach den Gleichungen (5.3) und (5.4) durch den Seilradius ermittelt. Dieses Vorgehen schlagen auch andere Autoren vor [31, 69, 137]. Die Winddruckverteilungen auf die Rinnsale ergeben sich anschließend durch die gleichmäßige Aufteilung dieser Windkräfte auf die Knotenpunkte der diskretisierten Rinnsaloberflächen. Wie die Betrachtungen in Abschnitt 6.3.2 belegen, liefert der ingenieurmäßige Ansatz gute Übereinstimmungen mit entsprechenden Versuchsergebnissen. Bei genauerer Betrachtung der Windeinwirkung wäre eine aufwendige Ermittlung der Druck- und Schubspannungsverteilung um die veränderlichen Rinnsalformen sowie deren Integration über die Breite erforderlich [9, 108].

Mit Hilfe des Neigungswinkels δ und des Anströmwinkels ψ des Seils (Abbildung 2.6) gelingt die Beschreibung der effektiven Windrichtung β in der ebenen Betrachtungsweise nach Streifentheorie (Abbildung 5.1).

$$\beta = \arctan \left(\frac{(u_0 \sin \psi) \sin \delta}{-u_0 \cos \psi} \right) = \arctan (-\tan \psi \sin \delta) \quad (5.5)$$

Dabei repräsentiert u_0 die Geschwindigkeit des natürlichen Windfeldes. Der Vektor der effektiven Windgeschwindigkeit u weist in Richtung der \bar{x}_2 -Achse des mit β geneigten \bar{x}_2 - \bar{x}_3 -Koordinatensystems.

$$u = u_0 \sqrt{\cos^2 \psi + \sin^2 \psi \sin^2 \delta} \quad (5.6)$$

Zur Ermittlung der aerodynamischen Beiwerte $C_D(\alpha_I, \alpha_{II})$, $C_L(\alpha_I, \alpha_{II})$, $C_{M1}(\alpha_I, \alpha_{II})$ und $C_{M2}(\alpha_I, \alpha_{II})$ werden Windkanalversuche durchgeführt (Abschnitt 5.2.2). Die Koeffizienten sind abhängig von den relativen Anströmwinkeln der Rinnsale α_I sowie α_{II} (Abbildung 5.3). Der Winkel $\bar{\alpha}_v$ erfasst die Richtungsänderung der relativen Windgeschwindigkeit u_{rel} im Vergleich zur effektiven Komponente u . Sie resultiert aus der in Abbildung 5.2(b) dargestellten Vektoraddition und berücksichtigt den Einfluss der Strukturgeschwindigkeiten im Windfeld. Auf die entsprechenden Ausführungen zum Thema Galloping in Abschnitt 2.1.3 sei verwiesen. Bei geringen Geschwindigkeiten des schwingenden Seils sind u_{rel} und u näherungsweise gleich groß. Es gilt:

$$\begin{aligned} u_{rel} &= \sqrt{\left(u - \frac{\partial \bar{x}_2}{\partial t} + \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} \cos \vartheta_1 - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial t} \cos \vartheta_2\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{x}_3}{\partial t} + \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} \sin \vartheta_1 - \frac{\partial \vartheta_2}{\partial t} \sin \vartheta_2\right)^2} \\ &\cong u \quad \text{für} \quad \frac{\partial \bar{x}_2}{\partial t}, \frac{\partial \bar{x}_3}{\partial t}, \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t}, \frac{\partial \vartheta_2}{\partial t} \ll u \end{aligned} \quad (5.7)$$

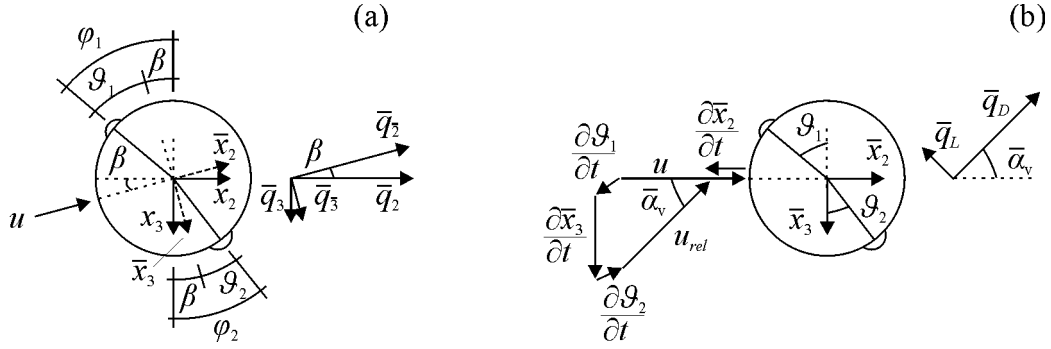


Abbildung 5.2: Transformation der Variablen

$$\bar{\alpha}_v = \frac{1}{u} \frac{\partial \bar{x}_3}{\partial t} + \frac{1}{2u} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} \sin \vartheta_1 - \frac{1}{2u} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial t} \sin \vartheta_2 \quad (5.8)$$

Sowohl das Verhalten der Rinnsale als auch die Bewegungen des Bauteils wirken sich auf die relativen Anströmwinkel α_I und α_{II} aus.

$$\begin{aligned} \alpha_I &= -\vartheta_1 + \arctan \left(\frac{\frac{\bar{x}_3}{\partial t} + \frac{r}{d} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} \sin \vartheta_1}{u - \frac{\bar{x}_2}{\partial t} + \frac{r}{d} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} \cos \vartheta_1} \right) \\ &\cong -\vartheta_1 + \frac{1}{u} \frac{\partial \bar{x}_3}{\partial t} + \frac{1}{2u} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} \sin \vartheta_1 \end{aligned} \quad (5.9)$$

$$\alpha_{II} \cong +\vartheta_2 - \frac{1}{u} \frac{\partial \bar{x}_3}{\partial t} + \frac{1}{2u} \frac{\partial \vartheta_2}{\partial t} \sin \vartheta_2 \quad (5.10)$$

$$\text{für } \frac{\partial \bar{x}_2}{\partial t}, \frac{\partial \bar{x}_3}{\partial t}, \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t}, \frac{\partial \vartheta_2}{\partial t} \ll u$$

Nach der Berechnung der Kräfte mit den Gleichungen (5.1) bis (5.4) sind die Widerstands- und die Auftriebskomponenten in das \bar{x}_2 - \bar{x}_3 - bzw. x_2 - x_3 -Koordinatensystem nach Abbildung 5.2(a) und (b) zu transformieren. Die Berechnungsvorschriften lauten:

$$\bar{q}_2(\alpha_I, \alpha_{II}, \bar{\alpha}_v) = -q_L(\alpha_I, \alpha_{II}) \sin \bar{\alpha}_v + q_D(\alpha_I, \alpha_{II}) \cos \bar{\alpha}_v \quad (5.11)$$

$$\bar{q}_3(\alpha_I, \alpha_{II}, \bar{\alpha}_v) = -q_L(\alpha_I, \alpha_{II}) \cos \bar{\alpha}_v - q_D(\alpha_I, \alpha_{II}) \sin \bar{\alpha}_v \quad (5.12)$$

und

$$\bar{q}_2(\alpha_I, \alpha_{II}, \bar{\alpha}_v, \beta) = \bar{q}_2(\alpha_I, \alpha_{II}, \bar{\alpha}_v) \cos \beta + \bar{q}_3(\alpha_I, \alpha_{II}, \bar{\alpha}_v) \sin \beta \quad (5.13)$$

$$\bar{q}_3(\alpha_I, \alpha_{II}, \bar{\alpha}_v, \beta) = -\bar{q}_2(\alpha_I, \alpha_{II}, \bar{\alpha}_v) \sin \beta + \bar{q}_3(\alpha_I, \alpha_{II}, \bar{\alpha}_v) \cos \beta \quad (5.14)$$

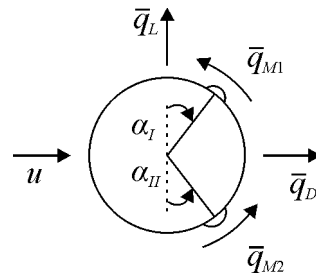


Abbildung 5.3: Messgrößen

Der Betrag der Komponenten $\bar{q}_{M1}(\alpha_I, \alpha_{II})$ und $\bar{q}_{M2}(\alpha_I, \alpha_{II})$ ändert sich aus Gleichgewichtsgründen durch die Drehung nicht.

5.2.2 Windkanalversuche

Die Bestimmung der stationären Kraftbeiwerte C_D , C_L , C_{M1} und C_{M2} in laminarer Strömung erfolgte im Windkanal des Instituts für Mechanik der Universität Hannover. Dabei handelte es sich um einen Windkanal Göttinger Bauart mit einer 19,00 m langen, rechteckigen Messstrecke der Höhe 2,20 m und der Breite 2,40 m. Ohne Einbauten lag die Turbulenzintensität in der Messebene bei ca. 0,005.

Neben den in diesem Abschnitt dokumentierten Versuchen in laminarer Strömung beinhaltet Abschnitt 5.3.3 zusätzlich die Beschreibung der Messung von Beiwerten in turbulenter Strömung. Da das Gitter zur Generierung der Turbulenz im vorderen Kanalbereich zu installieren war, konnte die Sechs-Komponenten-Waage, mit der *Nahrath* [69] in der selben Versuchseinrichtung seine Messgrößen aufzeichnete, nicht eingesetzt werden. Demzufolge fand eine Fünf-Komponenten-Waage Anwendung, deren Aufbau und Kalibrierung *Lindner* [53] und *Tangemann* [114] in ihren Arbeiten detailliert beschreiben. Die Messebene befand sich in einem Versuchstand im Mittelteil des Windkanals, wobei der Versuchskörper waagrecht und unbeweglich eingespannt wurde (Abbildung 5.4). Letzterer bestand aus einem 980 mm langen Polyethylen-Zylinder, dessen Durchmesser 100 mm betrug, und axial aufgeklebten, kreissegmentförmigen, künstlichen Rinnsalen aus Kunststoff mit einer Höhe von 2,0 mm und einer Breite von 10,0 mm. Das Modell und die in der Natur betroffenen Bauteile waren somit im Maßstab 1:1 geometrisch ähnlich [132]. Endscheiben mit einem Durchmesser von 200 mm gewährleisteten eine weitgehend zweidimensionale Umströmung. Der Flächenversperrungsgrad des Windkanalquerschnitts durch das mittig angebrachte, normal zu seiner Achse angeströmte Modell unterschritt 5 %.

Bei einer Anströmgeschwindigkeit von $u = 10$ m/s wurden sowohl Versuchsreihen mit ei-



Abbildung 5.4: Versuchsaufbau – 1 Versuchskörper, 2 Endscheibe, 3 Winkelskala, 4 künstliches, kreissegmentförmigen Rinnsal (überhöhtes Exemplar), 5 Kraftmesselement

nem als auch mit zwei Störstreifen durchgeführt. Aus den gemessenen stationären Kräften und Momenten auf das Modell resultierten die aerodynamischen Beiwerte. Nach Gleichung (2.1) ergab sich eine *Reynolds*-Zahl von $Re \cong 7 \cdot 10^4$. Sie lag damit im unterkritischen Bereich eines ungestörten Kreisprofils, in dem nur eine schwache Abhängigkeit der Körperumströmung und damit der Kraftbeiwerte von der *Reynolds*-Zahl besteht. Dies bestätigten auch Versuche an einem Modell mit zwei Rinnsalen für Windgeschwindigkeiten $5 \text{ m/s} \leq u \leq 20 \text{ m/s}$.

In jeder Versuchsreihe erfolgte die Bestimmung der Beiwerte bezüglich der Anströmwinkel $-90^\circ \leq \alpha_I \leq 30^\circ$ und $-75^\circ \leq \alpha_{II} \leq 45^\circ$ (Abbildung 5.3). Zwischen den Einzelversuchen wurden die Winkel um $\Delta\alpha_I = \Delta\alpha_{II} = 5^\circ$ geändert (Abbildung 5.4). Anhang A zeigt die Ergebnisse. Wie erwartet sind die Abweichungen zu den Werten von *Nahrath* [69] sehr niedrig. Deshalb seien die wichtigsten Aspekte im Folgenden nur kurz zusammengefasst:

- *Nahrath* [69] untersuchte Zylinder mit Störstreifen verschiedener Geometrien und Abmessungen und verglich seine Beiwerte mit den stationären Koeffizienten von *Gu* und *Lu* [31] sowie *Yamaguchi* [137]. Trotz teilweise erheblicher Unterschiede zwischen den Modellformen war der qualitative Verlauf in allen Versuchsreihen gleich und auch die quantitativen Abweichungen blieben gering. Mit diesem Wissen und den detaillierten Angaben über die Rinnsalform von *Cosentino* [9] sowie *Schwarzkopf* und *Sedlacek* [107] wurde in dieser Arbeit nur eine Rinnsalgeometrie betrachtet. Diese hatte die oben angegebenen Maße, was näherungsweise den in der Realität

auf tretenden Werten entspricht.

- Die Abbildungen A.1 und A.2 zeigen die gemessenen Auftriebs-, Widerstands- und Momentenbeiwerte für den Versuchskörper mit einem oberen Rinnsal in verschiedenen Winkelstellungen α_I im Vergleich zu den Ergebnissen von *Nahrath* [69]. Zwischen den diskreten Messpunkten ergeben sich die Kurven durch Interpolation mit kubischen Spline-Funktionen. Um $\alpha_I \cong -45^\circ$ weisen alle Kurvenverläufe starke Gradienten auf und bei $\alpha_I \cong -55^\circ$ kommt es zu einem Vorzeichenwechsel der Steigungen. *Nahrath* [69] schreibt, dass die Beiwerte, die an einem Zylinder mit dem Anströmwinkel $\psi = 0^\circ$ (Abbildung 2.6) ermittelt wurden, nach einer entsprechenden Koordinatentransformation näherungsweise mit den Querkomponenten der Koeffizienten übereinstimmen, die *Matsumoto et al.* [64] für einen Versuchskörper mit $\psi = 45^\circ$ angeben. Dies bestätigt die Möglichkeit der Vernachlässigung dreidimensionaler Strömungseffekte bei der Untersuchung Regen-Wind induzierter Schwingungen.
- Die Abbildungen A.3 und A.4 enthalten die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte für den Zylinder in Abhängigkeit von den Positionen α_I und α_{II} des oberen und unteren künstlichen Rinnsals. Auch hier sind im Bereich um $\alpha_I \cong -45^\circ$ für alle α_{II} sowie um $\alpha_{II} \cong -45^\circ$ für alle α_I sehr starke Neigungen im Kurvenverlauf erkennbar. Zudem wechseln bei $\alpha_I \cong -55^\circ$ bzw. $\alpha_{II} \cong -55^\circ$ die Vorzeichen der Steigungen. Die Momentenbeiwerte, über die die Windkräfte auf die Rinnsale Eingang in die Rechnung finden, beeinflussen sich kaum gegenseitig. Bei der Simulation werden demzufolge für jedes Rinnsal die Beiwerte nach Abbildung A.2 angesetzt.

5.3 Kräfte im natürlichen Windfeld

5.3.1 Beschreibung des turbulenten Windes

In Abschnitt 5.2 wird stillschweigend davon ausgegangen, dass das Windfeld zeitlich und räumlich unveränderlich ist. Dann genügt zur vollständigen Strömungsbeschreibung ein Geschwindigkeitsvektor u_0 , dessen Betrag und Richtung in der Rechnung konstant bleiben. Diese Vereinfachung bei der Berechnung Regen-Wind induzierter Schwingungen erlaubt einen Vergleich mit anderen Untersuchungen zu diesem Thema, da abgesehen von *Saito* [101] alle Autoren in dieser Weise vorgehen.

Die Erfahrung zeigt jedoch, dass der Wind in der Realität starken Schwankungen unterliegt, die als Böigkeit bezeichnet werden. Die Bewegung der Luftmassen entsteht aufgrund von barometrischen Druckunterschieden zwischen Hoch- und Tiefdruckgebieten in der At-

mosphäre. Diese sind auf die unterschiedlich starke Erwärmung der Erdoberfläche zurückzuführen. Infolge der Erdrotation wirkt zusätzlich die so genannte Corioliskraft, die die Strömungen aus der Richtung der Druckgradienten umlenken. Dadurch entstehen wiederum Zentrifugalkräfte. Der nur von diesen Faktoren beeinflusste Wind heißt Gradientwind und reicht bis auf die Gradienthöhe h_G herab. An der Erdoberfläche wird die Luft durch Reibung gebremst. Zwischen dem Boden und der Gradienthöhe bildet sich eine turbulente Grenzschicht aus, in der der Verlauf der mittleren Geschwindigkeit \bar{u}_0 über die Höhe x_{w3} von der Rauigkeit der Erdoberfläche abhängt und häufig durch das Potenzgesetz

$$\bar{u}_0(x_{w3}) = \bar{u}_0(x_{w3}^{ref}) \left(\frac{x_{w3}}{x_{w3}^{ref}} \right)^\alpha \quad (5.15)$$

beschrieben wird. Dabei ist x_{w3}^{ref} die Bezugshöhe. *Davenport* [11] gibt die in Tabelle 5.1 aufgeführten empirischen Exponenten und Gradienthöhen für verschiedene Rauigkeitsklassen der Geländeoberfläche an. Für weiterführende Angaben und Erklärungen sei beispielsweise auf die Norm DIN 1055 Teil 4 [17] sowie auf die Ausführungen von *Niemann* und *Peil* [74] hingewiesen.

Formulierung im Zeitbereich

Zur Beschreibung des natürlichen Windfeldes $u_0(t)$ erweist sich die Aufteilung in einen zeitlich konstanten Mittelwert \bar{u}_0 und einen stochastisch darum schwankenden Anteil $u'_0(t)$ als zweckmäßig (Abbildung 5.5). Die Komponenten in die Hauptwindrichtung 1, die laterale Richtung 2 und die vertikale Richtung 3 lauten dann:

$$u_{01}(t) = \bar{u}_{01} + u'_{01}(t) \quad (5.16)$$

$$u_{02}(t) = u'_{02}(t) \quad \text{mit} \quad \bar{u}_{02} = 0 \quad (5.17)$$

$$u_{03}(t) = u'_{03}(t) \quad \text{mit} \quad \bar{u}_{03} = 0 \quad (5.18)$$

Mit Gleichung (5.19) lassen sich die Mittelwerte berechnen, wobei \bar{u}_{02} und \bar{u}_{03} definitionsgemäß zu Null werden. T entspricht der Mittelungszeit.

Tabelle 5.1: Parameter der Rauigkeitsklassen [11]

Rauigkeitsklasse	Profilexponent α [-]	Gradienthöhe h_G [m]	Koeffizient κ [-]
offenes Gelände	0,16	274	0,005
Vorort	0,28	396	0,015
Innenstadt	0,40	518	0,050

$$\bar{u}_{0i} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_{0i}(t) dt \quad (5.19)$$

Die Varianz bzw. das Quadrat der Standardabweichung ergibt sich zu:

$$\sigma_{u_{0i}}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} (u'_{0i}(t))^2 dt \quad (5.20)$$

Messungen bestätigen, dass der turbulente Geschwindigkeitsanteil normalverteilt ist [74]. Somit beschreiben der Mittelwert und die Standardabweichung den Prozess vollständig (Abbildung 5.5). Wird die Standardabweichung auf die mittlere Windgeschwindigkeit bezogen, so folgt hieraus ein dimensionsloses Maß für die Turbulenzintensität.

$$I_{u_{0i}}(x_{w3}) = \frac{\sigma_{u_{0i}}}{\bar{u}_{01}} \quad (5.21)$$

$I_{u_{0i}}$ nimmt mit zunehmender Höhe ab. Der Gradientwind ist definitionsgemäß turbulenzfrei.

Der statistische Zusammenhang zwischen zwei Zufallsprozessen wird durch die so genannte Korrelation angegeben. Während bei der Autokorrelationsfunktion $R_{u_{0ik} u_{0ik}}(\tau)$ die Korrelation der Komponente i des natürlichen Windes u_0 an der Stelle k mit sich selbst zeitversetzt um τ zu bilden ist, wird die Kreuzkorrelationsfunktion $R_{u_{0ik} u_{0il}}(\tau)$ zwischen zwei Komponenten an den Stellen k und l berechnet.

$$R_{u_{0ik} u_{0il}}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u'_{0ik}(t) u'_{0il}(t + \tau) dt \quad (5.22)$$

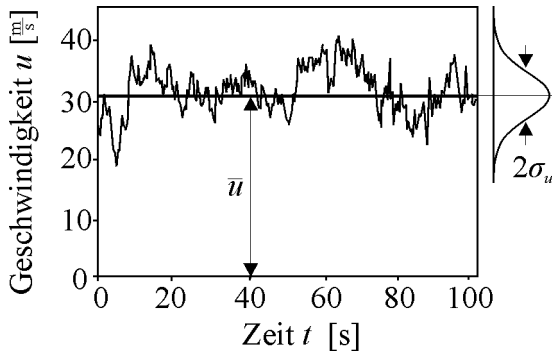


Abbildung 5.5: Überlagerung von mittlerem und turbulentem Wind [74, 124]

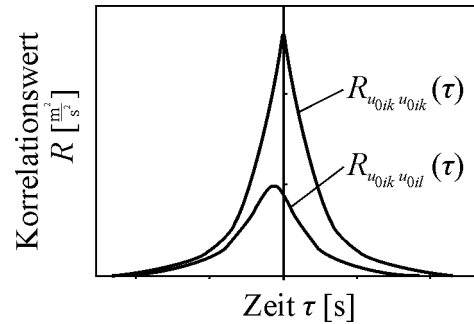


Abbildung 5.6: Qualitativer Verlauf von Korrelationsfunktionen [74]

$$R_{u_{0ik} u_{0il}}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u'_{0ik}(t) u'_{0il}(t + \tau) dt \quad (5.23)$$

Abbildung 5.6 zeigt den qualitativen Verlauf von Korrelationsfunktionen in Abhängigkeit von der Zeit bei Windprozessen. Mit wachsender Zeit streben sie kontinuierlich gegen Null. Das Maximum der Autokorrelationsfunktion liegt bei $R_{u_{0ik} u_{0ik}}(\tau = 0) = \sigma_{u_{0i}}^2$. Da eine Böe die zwei betrachteten Messpunkte zu unterschiedlichen Zeitpunkten erreicht, ist das Maximum der Kreuzkorrelationsfunktion zeitlich verschoben. Der bezogene Ausdruck

$$\rho_{u_{0ik} u_{0ik}}(\tau) = \frac{R_{u_{0ik} u_{0ik}}(\tau)}{\sigma_{u_{0i}}^2} \quad (5.24)$$

heißt Autokorrelationskoeffizient. Die Integration dieses Terms liefert das Integralzeitmaß:

$$T_{u_{0ik} u_{0ik}} = \int_0^{\infty} \rho_{u_{0ik} u_{0ik}}(\tau) d\tau \quad (5.25)$$

Mit der *Taylor*-Hypothese von der so genannten eingefrorenen Turbulenz, die postuliert, dass zeitliche Änderungen der Strömung mit der mittleren Windgeschwindigkeit in Hauptwindrichtung mitbewegt werden [96], ergibt sich eine Näherung für das longitudinale Integrallängenmaß zu:

$$L_{u_{01k} u_{01k}} = \bar{u}_{01} T_{u_{01k} u_{01k}} \quad (5.26)$$

Analog zu Gleichung (5.25) kann die Berechnung von $L_{u_{0ik} u_{0ik}}$ auch mit der räumlichen Korrelation zu einem festen Zeitpunkt erfolgen. Die integralen Zeit- bzw. Längenmaße veranschaulichen die mittlere Dauer bzw. Größe von Windböen.

Formulierung im Frequenzbereich

Alternativ zur Beschreibung im Zeitbereich besteht die Möglichkeit der Darstellung im Frequenzbereich. Eine Übertragung der zeitabhängigen Korrelationsfunktionen in die frequenzabhängigen Leistungsspektren gelingt mit Hilfe der Fouriertransformation [5]. Je nach Ausgangsfunktion heißen sie Auto- und Kreuzleistungsspektrum.

$$S_{u_{0ik} u_{0ik}}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T R_{u_{0ik} u_{0ik}}(\tau) e^{-i 2\pi f \tau} d\tau \quad (5.27)$$

$$S_{u_{0ik} u_{0il}}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T R_{u_{0ik} u_{0il}}(\tau) e^{-i 2\pi f \tau} d\tau \quad (5.28)$$

Das Autoleistungsspektrum $S_{u_{0ik} u_{0il}}$ gibt an, welchen Beitrag die Teilschwankung im betrachteten Frequenzintervall df zur Varianz $\sigma_{u_{0i}}^2$ des Prozesses u_{0i} beiträgt.

$$\sigma_{u_{0i}}^2 = \int_0^\infty S_{u_{0ik} u_{0il}}(f) df \quad (5.29)$$

Zahlreiche Autoren ermittelten funktionale Ansätze für Leistungsspektren mit Hilfe von realen Windmessungen. Unter anderem sind die Ausführungen von *Davenport* [13], *Kareem* [44], *Mayer-Erbacher* und *Plate* [66] sowie *Simiu* [110] von Bedeutung. *Kaimal* und *Wynngaard* [43] geben, basierend auf Messungen in ebenem Gelände, höhenabhängige Spektren für die longitudinale, laterale und vertikale Richtung an (Abbildung 5.7):

$$\frac{f S_{u_{01} u_{01}}(x_{w3}, f)}{u_{01*}^2} = \frac{105x}{(1 + 33x)^{\frac{5}{3}}} \quad \text{mit} \quad x = \frac{f x_{w3}}{\bar{u}_{01}} \quad (5.30)$$

$$\frac{f S_{u_{02} u_{02}}(x_{w3}, f)}{u_{01*}^2} = \frac{15x}{(1 + 9,5x)^{\frac{5}{3}}} \quad (5.31)$$

$$\frac{f S_{u_{03} u_{03}}(x_{w3}, f)}{u_{01*}^2} = \frac{3,36x}{1 + 10x^{\frac{5}{3}}} \quad (5.32)$$

Sie sind auf das Quadrat der so genannten Schubspannungsgeschwindigkeit $u_{01*}^2 \cong \kappa \bar{u}_{01}^2$ bezogen. Der Koeffizient κ berücksichtigt dabei die Rauigkeit des Geländes (Tabelle 5.1). Diese Spektren beschreiben den für Bauwerksschwingungen relevanten Frequenzbereich

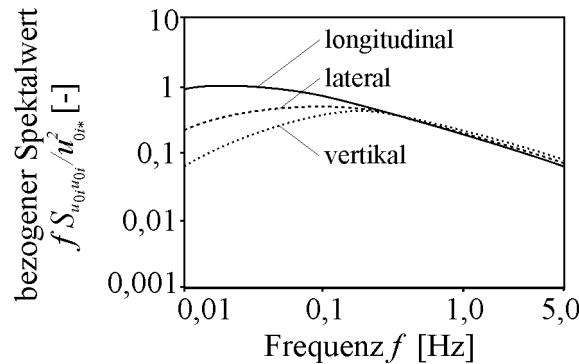


Abbildung 5.7: Leistungsspektren nach *Kaimal* und *Wynngaard* [43] mit $\bar{u}_{01} = 10$ m/s und $x_{w3} = 20$ m

für kleine Höhen bis 50 m, die hier hauptsächlich von Interesse sind, sehr gut. In größeren Höhen wird die Turbulenzenergie dagegen unterschätzt [75].

Die Kreuzleistungsspektren $S_{u_{0ik} u_{0il}}$ erfassen den Zusammenhang zweier Prozesse an den Stellen k und l . Sie ergeben sich mit der Kohärenz $\gamma_{u_{0ik} u_{0il}}$ zu:

$$|S_{u_{0ik} u_{0il}}(f)|^2 = \gamma_{u_{0ik} u_{0il}}^2(f) S_{u_{0ik} u_{0ik}}(f) S_{u_{0il} u_{0il}}(f) \quad (5.33)$$

Im Allgemeinen sind die Kreuzleistungsspektren komplex. Die Annahme einer durchschnittlichen Phasenverschiebung von Null zwischen den Prozessen an den unterschiedlichen Stellen führt auf reelle Kreuzleistungsspektren. Dann kann die zur Windfeldgenerierung erforderliche Spektraldichtematrix mit $S_{u_{0ik} u_{0ik}}$ und $\gamma_{u_{0ik} u_{0il}}$ vollständig definiert werden. Zahlreiche Autoren nutzen diese Näherung [29, 118, 119]. *Nölle* [75] weist jedoch darauf hin, dass sie in Bodennähe nur recht grob ist. In dieser Arbeit erfolgt die Erzeugung des Windfeldes in der Ebene senkrecht zur Hauptwindrichtung. Somit lauten die Kohärenzen mit dem üblicherweise genutzten, empirischen Ansatz [124]:

$$\gamma_{u_{0ik} u_{0il}}(f) = e^{-\frac{2f \sqrt{C_{u_{0i}2}^2 (x_{w2k} - x_{w2l})^2 + C_{u_{0i}3}^2 (x_{w3k} - x_{w3l})^2}}{\bar{u}_{01k} + \bar{u}_{01l}}} \quad (5.34)$$

Bei voll korrelierten Prozessen ergibt sich $\gamma_{u_{0ik} u_{0il}} = 1$, während bei völliger Unabhängigkeit $\gamma_{u_{0ik} u_{0il}} = 0$ gilt. Die Parameter $C_{u_{0ij}}$ beschreiben das Abklingverhalten der Kohärenz mit zunehmendem Abstand zwischen den Punkten k und l . Sie sind in dem hier relevanten Höhenbereich näherungsweise konstant [115]. In der Literatur vorgeschlagene Werte weichen teilweise erheblich voneinander ab [32, 75, 118, 119, 124].

Generierung des Windfeldes

Zur statistischen Datenerzeugung stehen zum einen Verfahren zur Verfügung, die mit der Überlagerung von verschiedenen Sinus- und Kosinusfunktionen arbeiten. Zum anderen sind Algorithmen bekannt, die auf linearen, digitalen Filtern basieren. Die jeweiligen Vor- und Nachteile diskutieren beispielsweise *Groß* [29] und *Hengst* [32]. In dem vorliegenden Modell kommt die Wellenüberlagerungsmethode zur Anwendung.

Die Generierung des Windfeldes erfolgt in der Ebene senkrecht zur Hauptwindrichtung. An den n diskreten, äquidistanten Knoten des eingeführten Gitters wird der Zufallsprozess durch die Spektraldichtematrix beschrieben. Diese nimmt in longitudinaler Richtung mit den Gleichung (5.30), (5.33) und (5.34) die Form

$$\mathbf{S}_{u_{01} u_{01}}(f) = \begin{bmatrix} S_{u_{011} u_{011}}(f) & S_{u_{011} u_{012}}(f) & \cdots & S_{u_{011} u_{01n}}(f) \\ S_{u_{012} u_{011}}(f) & S_{u_{012} u_{012}}(f) & \cdots & S_{u_{012} u_{01n}}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{u_{01n} u_{011}}(f) & S_{u_{01n} u_{012}}(f) & \cdots & S_{u_{01n} u_{01n}}(f) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

an. $\mathbf{S}_{u_{01} u_{01}}$ ist aufgrund der obigen Annahmen reell, symmetrisch und positiv definit [109, 124]. Demzufolge kann sie nach *Cholesky* [144] in das Produkt

$$\mathbf{S}_{u_{01} u_{01}}(f) = \mathbf{H}_{u_{01} u_{01}}(f) \mathbf{H}_{u_{01} u_{01}}^T(f) \quad (5.36)$$

zerlegt werden, wobei

$$\mathbf{H}_{u_{01} u_{01}}(f) = \begin{bmatrix} H_{u_{011} u_{011}}(f) & 0 & \cdots & 0 \\ H_{u_{012} u_{011}}(f) & H_{u_{012} u_{012}}(f) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{u_{01n} u_{011}}(f) & H_{u_{01n} u_{012}}(f) & \cdots & H_{u_{01n} u_{01n}}(f) \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

die untere Dreiecksmatrix darstellt. Abgeleitet von den Verfahren nach *Shinozuka* und *Jan* [109] sowie *Wang* [124] gelingt die Generierung des Windzeitverlaufs am Knoten k des räumlichen Gitters mit der Vorschrift:

$$u'_{01k}(t) = \sum_{m=1}^N \sum_{l=1}^n \sqrt{2\Delta f} H_{u_{01k} u_{01l}}(f_m) \cos[2\pi f_m t + \Phi_{lm}] \quad (5.38)$$

$$\text{mit } f_m = m \Delta f$$

Dabei stellen die Winkel Φ_{lm} unabhängige Zufallszahlen dar, die im Intervall $[0, 2\pi]$ gleichverteilt sind. Mit der Abtastfrequenz Δf ergibt sich die obere Eckfrequenz zu $N \Delta f$. Bei der Festlegung von Δf ist zu beachten, dass sie in Relation zu den angeregten Eigenfrequenzen des Seils groß genug ist. Außerdem sollten die räumlichen Knotenabstände unter Berücksichtigung der höchsten relevanten Eigenform (Kapitel 3) und der vorhandenen Integrallängenmaße festgelegt werden.

Eine Beispielrechnung³ mit den Parametern $N = 5000$, $\Delta f = 2,0 \cdot 10^{-3}$ Hz, $t_{ges} = 600$ s, $x_{w2ges} = x_{w3ges} = 60,0$ m, $\Delta x_{w2} = \Delta x_{w3} = 3,0$ m, $x_{w3}^{ref} = 20,0$ m und $\kappa = 0,010$ hat die

³Bei der numerischen Datengenerierung kommt im Rahmen dieser Arbeit das Programm MATLAB VERSION 6.5 zur Anwendung.

Tabelle 5.2: Angaben zu generierten Windfeldern bei verschiedenen mittleren Windgeschwindigkeiten

mittlere Windgeschwindigkeit \bar{u}_{01} [m/s]	5,0	10,0	15,0
Turbulenzintensität $I_{u_{01}}$ [-]	0,118	0,123	0,121
Integrallängenmaß $L_{u_{01k} u_{01k}}$ [m]	117	122	139

Windprozesse mit den statistischen Werten in Tabelle 5.2 zum Ergebnis. Unter Berücksichtigung der abweichenden Randbedingungen tritt eine gute Übereinstimmung mit den Angaben von *Groß* [29] auf. Zudem liegen die errechneten Integrallängenmaße in einem Bereich, der auch bei Naturmessungen in ebenem Gelände beobachtet wurde [132]. Da Turbulenzballen näherungsweise die Form eines Ellipsoids haben, weisen die entsprechenden Parameter in lateraler und vertikaler Richtung Werte auf, die in etwa das 1/3- bis 1/2-fache von $L_{u_{01k} u_{01k}}$ betragen [111].

Windmessungen haben gezeigt, dass die Geschwindigkeitsschwankungen in longitudinaler, lateraler und vertikaler Richtung als statistisch unkorreliert angesehen werden können [115]. Demnach kann die Generierung der Turbulenzdaten in den verbleibenden Richtungen, unter Einbeziehung der Gleichungen (5.31) und (5.32), vollständig analog zu der hier dargelegten Rechnung in Hauptwindrichtung erfolgen. Die Spektraldichtematrizen ergeben sich für jede Richtung separat und die Winkel Φ_{lm} müssen jeweils statistisch unabhängig voneinander sein.

Mit der *Taylor*-Hypothese von der eingefrorenen Turbulenz, die nach ESDU [19, 20] in diesem Bereich anwendbar ist, gilt:

$$u_{0i}(x_{w1k} + \Delta x_{w1k}, t) = u_{0i}(x_{w1k}, t - \Delta t) \quad \text{mit} \quad \Delta t = \frac{\Delta x_{w1k}}{\bar{u}_{01k}} \quad (5.39)$$

Die Gleichung besagt, dass die unbekannte Windgeschwindigkeit an der Stelle $x_{w1k} + \Delta x_{w1k}$ der Geschwindigkeit entspricht, die zu einem um Δt früheren Zeitpunkt bei x_{w1k} auftrat. *Groß* [29], *Veers* [118, 119] und andere Autoren verwenden Gleichung (5.39) bei der Generierung dreidimensionaler Windschriebe.

Vor der Lastaufbringung im Laufe der Schwingungsberechnung sind die diskreten Geschwindigkeitsverläufe, die aus der Addition der mittleren Windgeschwindigkeiten mit den generierten Schwankungsanteilen resultieren, durch eine räumlich und zeitlich lineare Interpolation an die Vorgaben aus dem Seilmodell anzupassen.

Schlussbemerkung

Ohne die obige Annahme einer durchschnittlichen Phasenverschiebung von Null zwischen den Prozessen an unterschiedlichen Stellen ergeben sich komplexe Kreuzleistungsspektren. Die Phasenwinkel resultieren aus den Realteilen $Co_{u_{0ik} u_{0il}}$ und den Imaginärteilen $Qu_{u_{0ik} u_{0il}}$ von $S_{u_{0ik} u_{0il}}$.

$$S_{u_{0ik} u_{0il}}(f) = \sqrt{S_{u_{0ik} u_{0ik}}(f) S_{u_{0il} u_{0il}}(f)} \gamma_{u_{0ik} u_{0il}}(f) e^{i\theta_{u_{0ik} u_{0il}}(f)} \quad (5.40)$$

$$\theta_{u_{0ik} u_{0il}}(f) = \arctan \left(-\frac{Qu_{u_{0ik} u_{0il}}(f)}{Co_{u_{0ik} u_{0il}}(f)} \right) \quad (5.41)$$

Analog zu Gleichung (5.36) lässt sich das Kreuzleistungsspektrum in

$$\mathbf{S}_{u_{01} u_{01}}(f) = \mathbf{H}_{u_{01} u_{01}}(f) \bar{\mathbf{H}}_{u_{01} u_{01}}^T(f) \quad (5.42)$$

zerlegen, wobei die Dreiecksmatrizen $\mathbf{H}_{u_{01} u_{01}}$ komplex und $\bar{\mathbf{H}}_{u_{01} u_{01}}^T$ konjugiert komplex sind. Wang [124] leitet diesbezüglich weitere Zusammenhänge her. Zudem gibt er bei der Berechnung dreidimensionaler Windschriebe eine Erweiterung von Gleichung (5.34) für die longitudinale Kohärenz an.

5.3.2 Mathematische Beschreibung der Kräfte

Wie schon in laminarer Strömung liefern die Gleichungen (5.1) bis (5.4) näherungsweise auch die aerodynamischen Kräfte und Momente in einem turbulenten Windfeld. Bei schnellen Bewegungen des angeströmten Körpers oder starken Schwankungen der Windgeschwindigkeit kann ein zusätzlicher Term die Beschleunigungskräfte der verdrängten Luftmasse

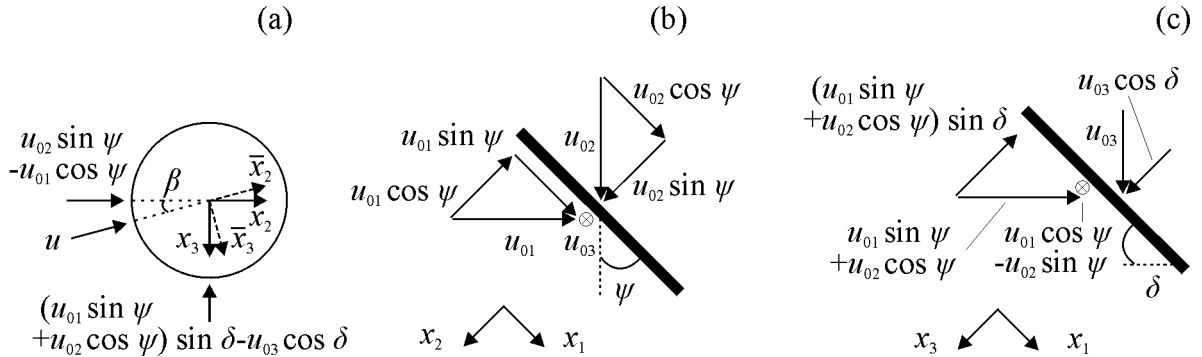


Abbildung 5.8: Komponenten des Windvektors – (a) Querschnitt, (b) Draufsicht, (c) Ansicht

erfassen [111, 115]. *Davenport* [11] und *Zilch* [142] berichten, dass dieser lediglich in Extremsituationen in die Rechnung einzubeziehen ist. Da Regen-Wind induzierte Schwingungen nur bei geringen Windgeschwindigkeiten bis ca. 20 m/s auftreten (Abschnitt 2.2.4), bleibt der Ausdruck hier unberücksichtigt. Die aerodynamischen Beiwerte stellen im Rahmen der quasi-stationären Theorie wiederum zeitlich gemittelte Größen dar. *Niemann* und *Peil* [74] weisen darauf hin, dass bei der Berechnung der turbulenten Windkräfte mit den angegebenen Gleichungen die in glatter Strömung gemessenen aerodynamischen Beiwerte angesetzt werden können. Allerdings ändert sich die Ermittlung der relativen Windgeschwindigkeit u_{rel} , denn diese wird maßgeblich durch das natürliche Windfeld $\mathbf{u}_0 = (u_{01}, u_{02}, u_{03})^T$ in turbulenter Strömung nach den Gleichungen (5.16) bis (5.18) beeinflusst. Unter Einbeziehung der schwankenden Windanteile ergibt sich die effektive Geschwindigkeitskomponente und deren Richtungswinkel nach Abbildung 5.8 zu:

$$\beta = \arctan \left(\frac{(u_{01} \sin \psi + u_{02} \cos \psi) \sin \delta - u_{03} \cos \delta}{u_{02} \sin \psi - u_{01} \cos \psi} \right) \quad (5.43)$$

$$u = \sqrt{((u_{01} \sin \psi + u_{02} \cos \psi) \sin \delta - u_{03} \cos \delta)^2 + (u_{02} \sin \psi - u_{01} \cos \psi)^2} \quad (5.44)$$

Das weitere Vorgehen erfolgt analog zu Abschnitt 5.2. Die Widerstandskraft und die zeitabhängige, relative Windgeschwindigkeit haben stets dieselbe Richtung, während die Auftriebskraft senkrecht dazu verläuft. Mit fortschreitender Zeit ändern sich im Verlauf der Rechnung demzufolge die Wirkungslinien der auf das Seil einwirkenden Lasten. Dies ist durch entsprechende Koordinatentransformationen zu erfassen [29, 32, 53]. An anderer Stelle erweist es sich vielfach als zweckmäßig, Kräfte bezogen auf die mittlere Windrichtung und quer dazu zu verwenden, also ein strömungsfestes Koordinatensystem einzuführen. Bezüglich dieser Möglichkeit zur Berücksichtigung der turbulenten Schwankungen sei auf die weiterführenden Veröffentlichungen von *Niemann* et al. [39, 73] verwiesen.

Ergänzend zu der hier erläuterten Berechnung mit den Beiwerten aus laminarer Strömung enthält der nächste Abschnitt die Beschreibung der durchgeführten Windkanalversuche bei turbulenten Bedingungen. Die resultierenden Beiwerte gehen zwar nicht in die Simulation ein, sie sind aber bei der Deutung der Ergebnisse hilfreich.

5.3.3 Windkanalversuche

Zur Generierung der Turbulenz erforderten die Versuche in turbulenter Strömung, zusätzlich zu der bereits beschriebenen Messeinrichtung, die Installation eines so genannten Balkengitters im vorderen Bereich der Windkanalmessstrecke (Abbildung 5.9). Um die

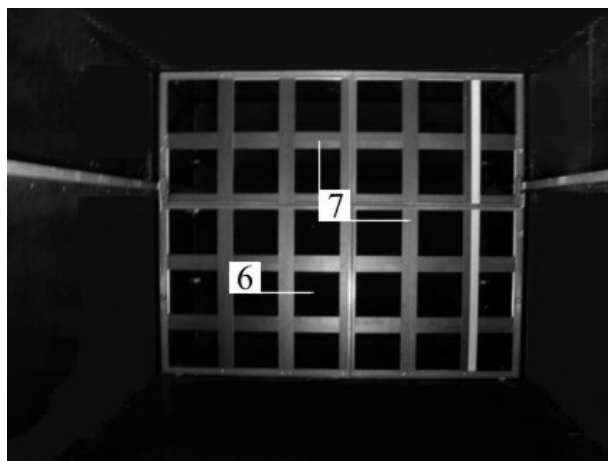


Abbildung 5.9: Turbulenzgitter – 6 Maschenweite, 7 Balkenbreite

gewünschten Turbulenzintensitäten einzustellen, konnten der Gitterabstand von der Messebene x_g , die Maschenweite s_g und die Balkenbreite a_g variiert werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die aerodynamischen Beiwerte für die in Tabelle 5.3 aufgeführten Konfigurationen aufgezeichnet, wobei die Anströmgeschwindigkeit stets $u = 10$ m/s betrug. Die angegebenen Eigenschaften der turbulenten Strömung waren dabei nach den oben dargelegten Zusammenhängen zu bestimmen. Zur Ermittlung der Geschwindigkeiten und Turbulenzen standen eine feste und eine mobile Hitzdrahtsonde zur Verfügung. Da am Institut für Mechanik der Universität Hannover bereits detaillierte Angaben zu den Strömungseigenschaften bei zahlreichen Gittereinstellungen existierten, war eine erneute Bestimmung nicht erforderlich. Deshalb sei bezüglich der Funktionsweise und der Anwendung der Hitzdrahtsonde sowie der Ermittlung von I_{u_1} und $L_{u_{1k} u_{1k}}$ auf die Ausführungen von *Lindner* [53] verwiesen. Nach *Rotta* [93] gilt die durch Balkengitter erzeugte Turbulenz näherungsweise als homogen und isotrop, also orts- und richtungsunabhängig. *Baines* und *Peterson* [1] zeigen anhand umfangreicher Versuche, dass die Inhomogenitäten der Turbulenz ab einem Abstand von $x_g/a_g \geq 20$ nahezu abgebaut sind. Mit zunehmendem Gitterabstand sinkt die Turbulenzintensität während das integrale Längenmaß steigt. *Vickery* [122] vergleicht Spektren im natürlichen Wind und im Nachlauf von Turbulenzgittern.

In den Ausführungen zu den Windkanalversuchen in laminarer Strömung wurden bereits die Ähnlichkeitsforderungen bezüglich der Geometrie und der Bauwerksumströmung (*Reynolds-Zahl*) diskutiert. Die Betrachtungen in turbulenter Strömung erforderten zusätzlich einen Vergleich der Integrallängenmaße mit den Bauteilabmessungen in der Natur bzw. der Simulation und im Modell. Dabei zeigte sich, dass die um Größenordnungen kleineren Turbulenzballen im Windkanal für eine direkte Übertragbarkeit der Ergebnisse auf die natürlichen Gegebenheiten einen Modellmaßstab von ungefähr 1:500 notwendig machten.

Tabelle 5.3: Turbulenzintensität und Integrallängenmaß bei verschiedenen Gittereinstellungen

Balken- breite a_g [cm]	Gitter- abstand x_g [cm]	Maschen- weite s_g [cm]	Verhältnis Abstand/Breite x_g/a_g [-]	Turbulenz- intensität I_{u_1} [-]	Integral- längenmaß $L_{u_{1k} u_{1k}}$ [mm]
10	280	40	28	0,115	98
10	350	40	35	0,085	102
5	400	20	80	0,053	91

Dies war konstruktiv nicht möglich. Von ähnlichen Schwierigkeiten bei der Umsetzung der Ähnlichkeitsforderungen berichteten *Saito et al.* [101] bei Windkanalversuchen zum Turbulenzeinfluss auf Regen-Wind induzierte Schwingungen. Weiterhin stellten *Niemann et al.* [73] fest, dass die aerodynamischen Kräfte auf schlanke, linienförmige Körper nur als quasi-stationär angesehen werden können, wenn die Bauteilbreite und -tiefe kleiner ist als ungefähr $0,1 L_{u_{0ik} u_{0ik}}$ der umgebenden Strömung. Nur dann sei von einer vollen Korrelation über die Fläche auszugehen. Auch dieses Kriterium wurde in den Versuchen nicht eingehalten. Die Größenordnung der in Tabelle 5.3 angegebenen Integrallängenmaße entspricht bei allen Konfigurationen in etwa dem Durchmesser des Versuchskörpers.

Infolge der genannten Einschränkungen werden die in turbulenter Strömung gemessenen Koeffizienten nicht in die Rechnung einbezogen. Sie geben im Folgenden allerdings wertvolle Hinweise bei der Deutung des Turbulenzeinflusses auf die Seilschwingungen. Die Berechnung der Windkräfte mit den Gleichungen (5.1) bis (5.4) erfolgt, wie bereits beschrieben, mit den aerodynamischen Beiwerten aus laminarer Strömung (Abschnitt 5.3.2).

Die ermittelten aerodynamischen Beiwerte in Abhängigkeit von den Rinnsalstellungen bei verschiedenen Turbulenzgraden sind in Anhang A in den Abbildungen A.5 bis A.14 dargestellt. Die qualitativen Kurvenverläufe bleiben in etwa gleich. Mit zunehmender Turbulenz sind die auftretenden Maxima und Minima jedoch erheblich weniger stark ausgeprägt, da sich die energiereiche turbulente Strömung später vom Querschnitt ablöst. Es kommt um $\alpha_I \cong -45^\circ$ für alle α_{II} sowie um $\alpha_{II} \cong -45^\circ$ für alle α_I zu starken Gradienten im Verlauf der Kurven. Erneut sind bei $\alpha_I \cong -55^\circ$ bzw. $\alpha_{II} \cong -55^\circ$ Vorzeichenwechsel der Steigungen zu beobachten. Dies gilt für alle Versuchsreihen, doch besonders anschaulich zeigen sich die Unterschiede im Verlauf der Koeffizienten bei verschiedenen Turbulenzgraden in den Messergebnissen an dem Zylinder mit einem oberen Rinnsal (Abbildung A.5 bis A.8). Qualitativ ähnliche Auswirkungen auf die Beiwerte stellte *Lindner* [53] bei Untersuchungen zum Turbulenzeinfluss auf die Galloping-Schwingungen rechteckiger Körper für einige Seitenlängenverhältnisse fest.

Kapitel 6

Gesamtmodell, Ergebnisse und Klärung des Anregungsmechanismus

6.1 Berechnungsablauf im Gesamtmodell

Die drei vorangegangenen Kapitel beinhalten die Beschreibung der Seilschwingungen, der Rinnsalströmung und der Windkräfte. Um Regen-Wind induzierte Schwingungen nach dem in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen Anregungsmechanismus zu berechnen, werden diese Komponenten zu einem Gesamtmodell zusammengefügt.

Die Analyse des schwingenden Bauteils liefert die Verschiebungen (Gleichung 3.5 bzw. 3.24), die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen aller Seilknoten. Letztere rufen Massenträgheitskräfte hervor, die, neben der von der Seiloberflächenbeschaffenheit abhängigen Adhäsion, in die Rinnsalberechnung eingehen. Aus dieser ergeben sich mit dem Ausdruck (4.32) wiederum die Form, die Position und die Geschwindigkeit der Wasserrinnsale. Dabei entspricht die jeweilige Position auf dem Querschnitt der Koordinate mit der maximalen Rinnsalhöhe. Mit Hilfe der Rinnsalstellung und -geschwindigkeit, der Bauteilgeschwindigkeit sowie den gemessenen aerodynamischen Beiwerten liefern die Gleichungen (5.1) bis (5.4) die bewegungsinduzierten Windeinwirkungen, die wiederum das Seil belasten. Mit den neuen Werten wiederholt sich der beschriebene Ablauf im folgenden Zeitschritt. Die Berechnung im Zeitbereich ermöglicht die Erfassung aller Nichtlinearitäten infolge der Seiltheorie, der Rinnsalströmung und der Kraftbeiwerteverläufe in Abhängigkeit von den relativen Anströmwinkeln. Zu Beginn jeder Simulation werden die statischen Gleichgewichtslagen bzw. Ruhelagen der Rinnsale auf den Zuggliedern bestimmt (Abschnitt 6.3.2). Daran schließt sich die Aufbringung der Windlast auf das Seil an. Die Zeitbereichsrechnung erfolgt ausgehend von einer kleinen Anfangsstörung des Bauteils.

6.2 Anregungsmechanismus Regen-Wind induzierter Seilschwingungen

6.2.1 Verlauf der aerodynamischen Beiwerte

Wie bereits in Abschnitt 2.2.2 ausgeführt, kann das Phänomen der Regen-Wind induzierten Seilschwingungen durch einen rein bewegungsinduzierten Mechanismus erklärt werden. Zur Verdeutlichung dient die folgende Beispielrechnung. Die Parameter betragen dabei $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $d = 0,19 \text{ m}$, $\mu = 95 \text{ kg/m}$, $\delta = 28,5^\circ$, $l = 172 \text{ m}$, $S_s = 5100 \text{ kN}$, $\xi = 0,0015$ und $f_1 = 0,625 \text{ Hz}$ für das Seil sowie $\rho_w = 999,1 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 0,0735 \text{ N/m}$, $\lambda_r = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, $\nu_w = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\theta_a = 7^\circ$, $\theta = 6^\circ$, $\theta_r = 5^\circ$, $a_{0o} = 0,005 \text{ m}$ und $a_{0u} = 0,0075 \text{ m}$ für die Rinnsale. Der Wind strömt mit $u_0 = 11,5 \text{ m/s} = \text{konst.}$ aus der Richtung $\psi = 30^\circ$. Aus der Simulation ergeben sich die dargestellten Zeitschriebe. Während die Abbildungen 6.1 und 6.2 nur die schwankenden Verschiebungsanteile des Seils in Richtung 3 und des oberen Rinnsals zeigen, enthält die Darstellung 6.3 die absolute Änderung der relativen Anströmrichtung des oberen Rinnsals. Die Angaben beziehen sich dabei auf den Knoten mit den maximalen Verschiebungen des in der ersten Eigenfrequenz schwingenden Seils.

Ausgehend von Null nimmt die Schwingungsamplitude des Seils anfangs stetig zu (Abbildung 6.1). Auf der Bauteiloberfläche bewegt sich zeitlich parallel das obere Rinnsal in der gleichen Frequenz um seine stationäre Lage (Abbildung 6.2). Auch seine Amplitude wächst in der Einschwingdauer an. Wie in Abschnitt 6.1 beschrieben, beeinflussen sich diese Phänomene gegenseitig. Nach Gleichung (5.9) ergibt sich der momentane Anströmwinkel

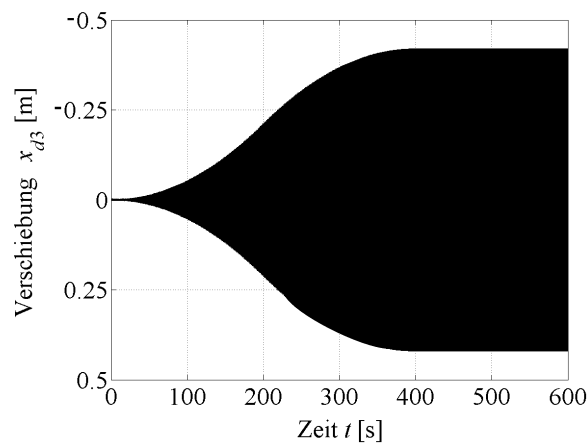


Abbildung 6.1: Zeitverlauf des Schwankungsanteils der Seilverschiebung in Richtung 3 bei $u_0 = 11,5 \text{ m/s}$

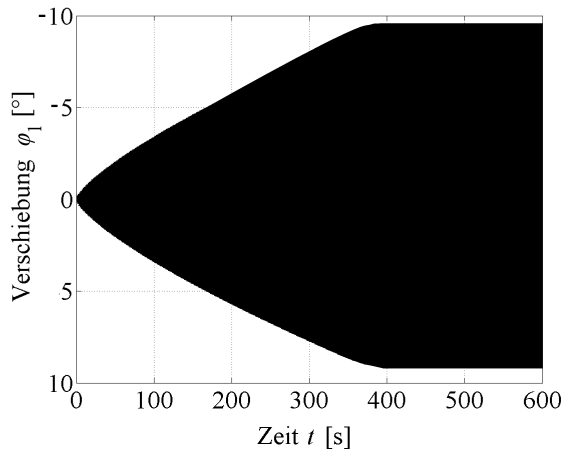


Abbildung 6.2: Zeitverlauf des Schwankungsanteils der oberen Rinnsalverschiebung bei $u_0 = 11,5 \text{ m/s}$

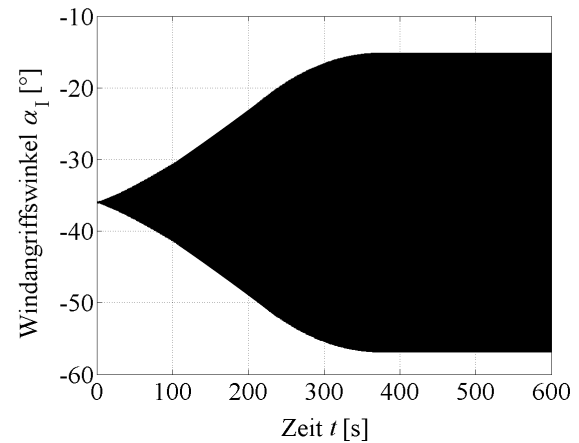


Abbildung 6.3: Zeitverlauf der Veränderung des relativen Windanströmwinkels bei $u_0 = 11,5 \text{ m/s}$

des oberen Rinnsals (Abbildung 6.3). Letzterer schwankt infolge der zusätzlichen Wirkung der Seil- und Rinnsalgeschwindigkeiten stärker als $\varphi_1(t)$. Nach näherungsweise 400 s endet der Einschwingvorgang und ein dynamischer Gleichgewichtszustand mit stabilen Grenzzyklen stellt sich ein. Die Amplituden des Seils und des oberen Rinnsals betragen dann $x_{d3} = 0,42 \text{ m}$ und $\varphi_1 \cong 9,8^\circ$. Es ist bemerkenswert, dass sich dieser Zustand genau dann einstellt, wenn der relative Anströmwinkel des oberen Rinnsals den Wert -55° unterschreitet. Die Auswertung der Windkanalmessungen in Abschnitt 5.2.2 ergab starke Neigungen in den Verläufen der aerodynamischen Beiwerte in dem Bereich um $\alpha_I \cong -45^\circ$ und wechselnde Vorzeichen der Kurvensteigungen bei $\alpha_I \cong -55^\circ$ (Anhang A). Da dieser Sachverhalt für alle α_{II} gilt, wird die Bewegung des unteren Rinnsals, das mit einer Amplitude von $\pm 7,4^\circ$ in der Seilschwingungsfrequenz um seine stationäre Lage schwingt, zwar in die Rechnung einbezogen, hier aber nicht dokumentiert. Ausgehend von einer abgebrochenen Reihenentwicklung der Windkraft skizziert Abschnitt 2.1.3 die Herleitung des *Den Hartog*-Kriteriums, das Aussagen über die Anfälligkeit eines Profils für eine Galloping-Anregung ermöglicht. Dieser Ausdruck (Gleichung (2.9)) zeigt für das Galloping-Modell mit einem Freiheitsgrad, dass die Instabilitäts-Gefährdung bei wachsenden negativen Neigungen der C_L -Kurve zunimmt, da die Gesamtdämpfung, also die Summe aus Struktur- und aerodynamischer Dämpfung, abnimmt. Auch im vorliegenden Beispiel erfolgt die Schwingungsanfachung solange der relative Anströmwinkel in dem entsprechenden Bereich großer Beiwertgradienten (Abschnitt 5.2.2, Anhang A: $\alpha_I \cong -45^\circ$) liegt. Diese Tatsache weist darauf hin, dass der Anregungsmechanismus bei Regen-Wind induzierten Schwingungen der Ursache beim Galloping ähnelt. Erst als der relative Anströmwinkel den Wert $\alpha_I \cong -55^\circ$ unterschreitet, was zu einem Vorzeichenwechsel der Steigungen der Beiwertkurven führt, wird ein weiteres Aufschaukeln un-

terbunden und die Schwingung erreicht einen dynamischen Gleichgewichtszustand mit stabilen Grenzamplituden. Der Grund dafür ist, dass die aerodynamischen Kräfte nicht mehr eine ausschließlich anfachende Wirkung, sondern, infolge der Kurvenverläufe der Beiwerte, zeitweise eine dämpfende und zeitweise eine anfachende Wirkung haben. Es bildet sich eine stabile Grenzamplitude. Auch andere Autoren unterstützen diese These bezüglich des Anregungsmechanismus Regen-Wind induzierter Schwingungen [31, 125, 131]. *Gu* und *Lu* [31] bezeichnen einige Zonen der Beiwertkurven als "instabil" und andere als "gefährdet".

Die periodischen Schwankungsanteile der Seilgeschwindigkeiten und der aerodynamischen Kräfte im dynamische Gleichgewichtszustand verändern sich in der Seilfrequenz. Da die vorhandenen Phasenverschiebungen der jeweiligen Komponenten jedoch nur gering sind, haben die Leistungen, also die Produkte aus Kraft und Geschwindigkeit, überwiegend positive Beträge. Die geleistete Arbeit pro Periode, die sich als Integral der Leistung über die Zeit ergibt, ist positiv. Somit fachen die Windkräfte die Schwingungen an. Da sich in der Literatur zahlreiche quantitative [69, 121] und qualitative [9, 29] Angaben zu der im Verlauf Regen-Wind induzierter Schwingungen geleisteten Arbeit finden, wird hier von weiteren Ausführungen abgesehen.

6.2.2 Strömungsablösung und Wasserkanalversuche

Die schwankenden aerodynamischen Beiwerte bei unterschiedlichen Anströmwinkeln des Zylinders mit oberem und unterem Rinnsal basieren auf der veränderlichen Umströmung des Bauteils und somit auf der veränderlichen Druckverteilung um den Querschnitt (Abschnitt 2.2.2, Abschnitt 6.1). Die Ausführungen in Abschnitt 6.2.1 verdeutlichen, dass dem Verlauf der Beiwerte in Abhängigkeit von der Anströmrichtung eine entscheidende Bedeutung bei der Anfachung Regen-Wind induzierter Schwingungen zukommt. Deshalb soll die Annahme, dass die Ablösepunkte der Strömung und die Position der Rinnsale zusammenfallen (Abschnitt 2.2.2 und [138]), mit einer Sichtbarmachung der Strömung näher betrachtet werden. Aus technischen Gründen war dies in dem genutzten Windkanal nicht möglich. Zur Visualisierung der Versuchskörperumströmung erfolgte aus diesem Grund die Durchführung von Wasserkanalexperimenten.

Der Wasserkanal des Instituts für Mechanik der Universität Hannover ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Er wies eine Gesamtlänge von 2,50 m und eine Tiefe von 0,13 m auf. Die Messstrecke mit freier Oberfläche hatte eine Breite von 0,30 m. Zwei mit einem Elektromotor angetriebene Schaufelräder in den beiden seitlichen Rückführstrecken bewegten das Wasser mit einer maximalen Geschwindigkeit von $u = 0,175$ m/s. An den Umlenkstellen unterstützten gekrümmte Bleche ein schnelles Abklingen von Störungen und die Ausbil-

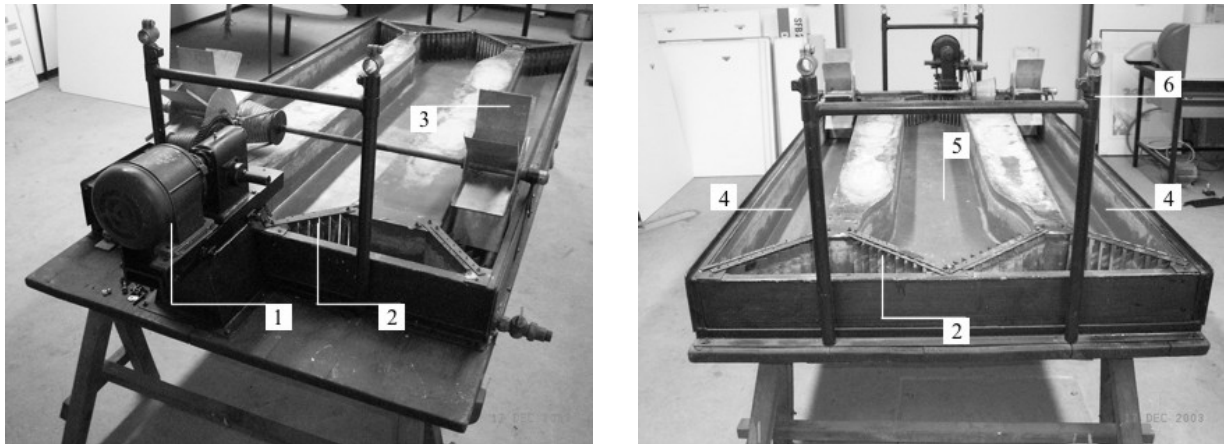


Abbildung 6.4: Versuchsaufbau – 1 Elektromotor/Antrieb, 2 Umlenkbleche, 3 Schaufelrad, 4 Rückführstrecke, 5 Messstrecke, 6 Halterung für Beleuchtung und Videokamera

dung einer gleichförmigen Strömung in der Messstrecke. Die Wasseroberfläche wurde mit sehr feinem Aluminiumfitter berieselt und mit seitlich installierten Lampen ausgeleuchtet. Mit einer Videokamera oberhalb des Versuchskörpers erfolgte schließlich die Aufzeichnung der Fluidbewegungen. Weitere Details zum Aufbau des Wasserkanals gibt *Fago* [21] an. Die maximale Abmessung des umströmten Zylinders betrug zusammen mit den axial aufgeklebten Störstreifen 30 mm. Nach Gleichung (2.1) ergab sich demzufolge eine *Reynolds*-Zahl von $Re \cong 5 \cdot 10^3$. Damit war diese kleiner als der Wert von $Re \cong 7 \cdot 10^4$ im Rahmen der Windkanalversuche. Da aber beide Zahlen im unterkritischen Bereich eines ungestörten Kreisprofils liegen, ist nur eine schwache Abhängigkeit der Körperumströmung von der *Reynolds*-Zahl zu erwarten. Die Wasserkanalversuche geben somit gute Hinweise auf die Strömungsablösung in den Windkanalversuchen und an Originalbauwerken.

Die Abbildungen 6.5 bis 6.12 verdeutlichen die Umströmungszustände an den Versuchskörpern, wobei die Anzahl und die Stellung der Störstreifen variiert wurde. Im Vergleich zur Ablösung am kreisrunden Zylinder bei ca. $\alpha_{II} \cong -90^\circ + 80^\circ \cong -10^\circ$ (Abbildung 6.5) ist erkennbar, dass die Existenz und die Position der künstlichen Rinnsale die Umströmung der Körper merklich beeinflussen. Solange die Störstreifen nicht zu weit luv- oder leewärts liegen, stimmt ihre Position in etwa mit dem Ablösepunkt der Fluidströmung vom Querschnitt überein (Abbildung 6.6 bis 6.12). Durch die Verschiebung der Ablösepunkte ändert sich die Geschwindigkeitsverteilung der Strömung um das Profil. Dies bewirkt nach dem Gesetz von *Bernoulli* auch eine Änderungen des Druckes, was letztendlich zu den unterschiedlichen Kräften und entsprechend Gleichung (5.1) bis (5.4) zu den unterschiedlichen Beiwerten führt. Nach der Auswertung von Druckmessungen im Schwingungsverlauf betont auch *Cosentino* [9] bei der Suche nach den Ursachen von Regen-Wind induzierten Schwin-

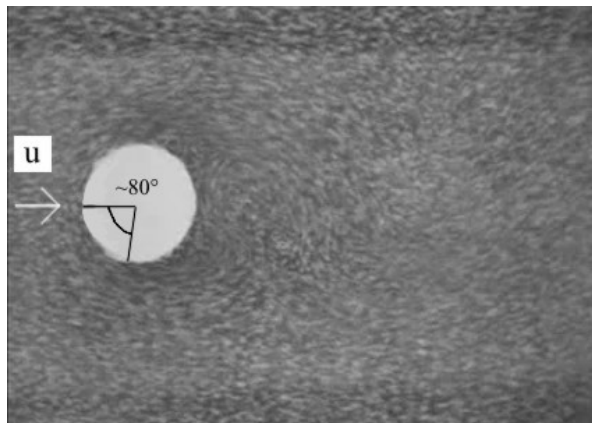


Abbildung 6.5: Strömungsablösung am Zylinder ohne künstliche Rinnsale

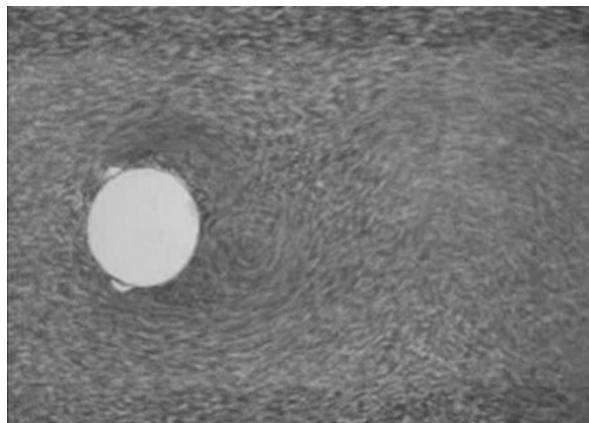


Abbildung 6.6: Strömungsablösung am Zylinder mit künstlichen Rinnsalen bei $\alpha_I < 0^\circ$, $\alpha_{II} < 0^\circ$

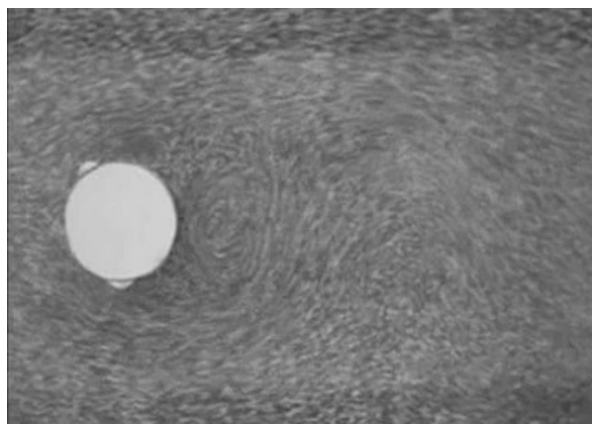


Abbildung 6.7: Strömungsablösung am Zylinder mit künstlichen Rinnsalen bei $\alpha_I < 0^\circ$, $\alpha_{II} = 0^\circ$

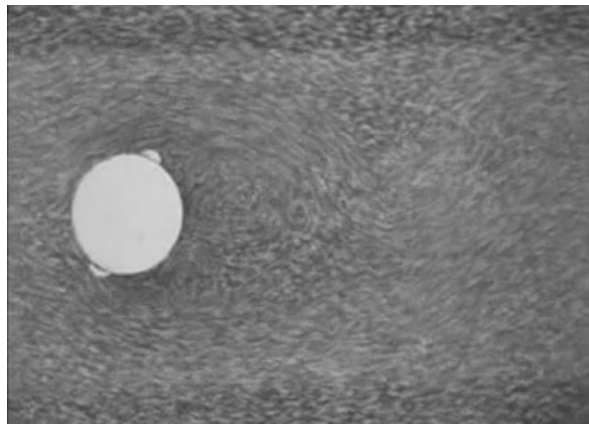


Abbildung 6.8: Strömungsablösung am Zylinder mit künstlichen Rinnsalen bei $\alpha_I > 0^\circ$, $\alpha_{II} < 0^\circ$

gungen besonders die Ablösung und das erneute Anhaften der Strömung am Querschnitt bei bestimmten Rinnsalstellungen. Zudem bilden sich im Strömungsnachlauf bei allen Versuchsanordnungen im Wasserkanal periodisch Wirbel an den Seiten der Querschnitte (Abschnitt 2.1.2). Eine Beobachtung und die Berechnung nach Gleichung (2.2) ergibt eine Ablösefrequenz von $f_a \cong 1,2$ Hz. Analog dazu stellt sich in den Windkanalversuchen eine Wirbelablösung mit der Frequenz $f_a \cong 20,0$ Hz ein. Die in Anhang A angegebenen aerodynamischen Beiwerte repräsentieren demnach, für jede Kombination der Anströmwinkel, eine zeitliche Mittelung der jeweils 10 s dauernden Messungen. *Cosentino* [9] berichtet anlässlich von Windkanalversuchen an geneigten Versuchskörpern, die auf Federn gelagert und berechnet wurden, ebenfalls von periodischen Wirbelablösungen am Querschnitt. Zu diesem Thema sei auch auf die Angaben in Abschnitt 5.1 verwiesen.

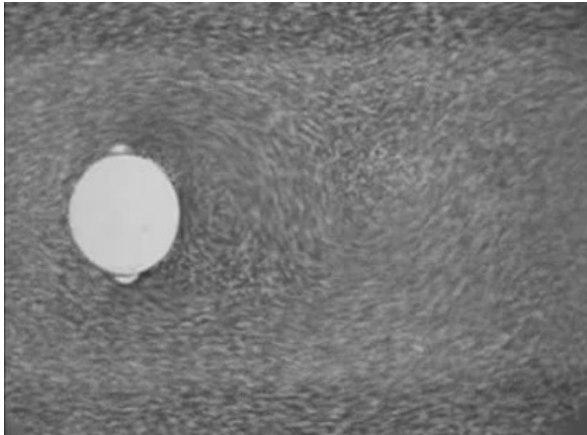


Abbildung 6.9: Strömungsablösung am Zylinder mit künstlichen Rinnsalen bei $\alpha_I = 0^\circ$, $\alpha_{II} = 0^\circ$

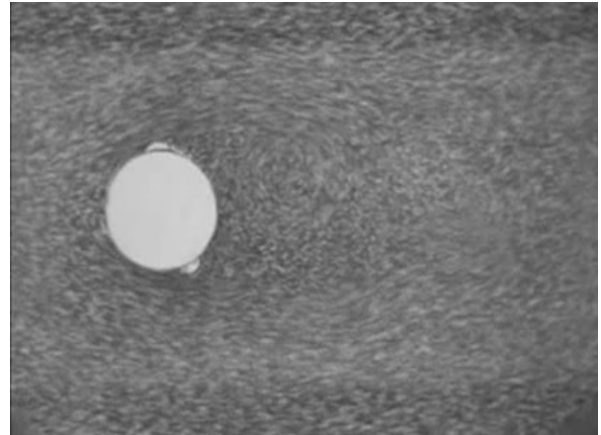


Abbildung 6.10: Strömungsablösung am Zylinder mit künstl. Rinnsalen bei $\alpha_I = 0^\circ$, $\alpha_{II} > 0^\circ$

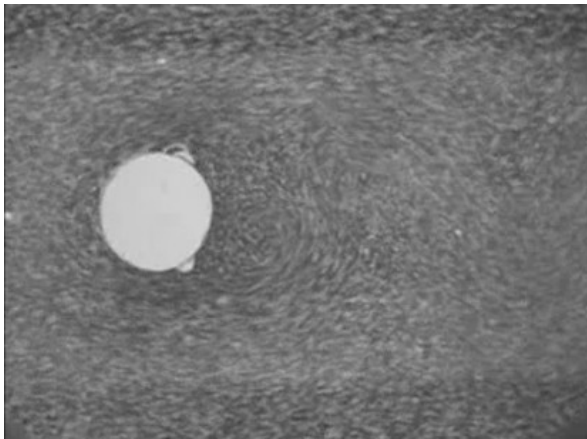


Abbildung 6.11: Strömungsablösung am Zylinder mit künstl. Rinnsalen bei $\alpha_I > 0^\circ$, $\alpha_{II} > 0^\circ$

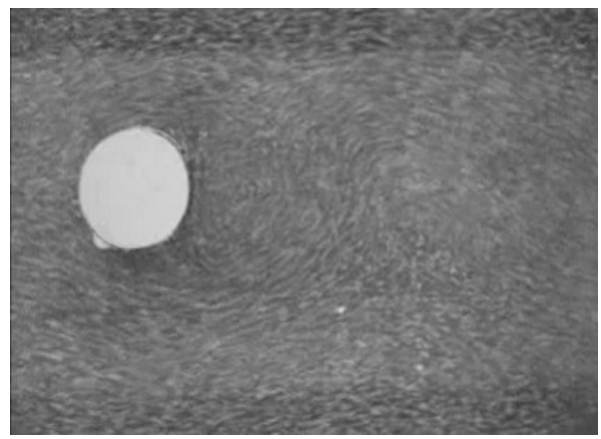


Abbildung 6.12: Strömungsablösung am Zylinder mit künstlichem Rinnsal bei $\alpha_{II} < 0^\circ$

6.3 Modellüberprüfung und Parameterstudie

6.3.1 Vorbemerkung

Die vorliegende Arbeit beinhaltet keine eigenen Feld- oder Windkanalmessungen von Bauteilschwingungen, die bei gleichzeitigem Auftreten von Regen und Wind angefacht wurden. Aus diesem Grund sind zur Validierung des Berechnungsmodells Literaturquellen heranzuziehen, die Resultate entsprechender Experimente anderer Wissenschaftler dokumentieren. Zudem ermöglichen die Simulationsergebnisse von *Nahrath* [69] einen Vergleich. Eine umfassende Parameterstudie zeigt schließlich die Effekte der wichtigsten Einflussgrößen auf die in Abschnitt 2.2.4 genannten Schwingungsmerkmale auf.

6.3.2 Statische Gleichgewichtslagen der Rinnsale

Die statischen Gleichgewichtslagen bzw. Ruhelagen der Rinnsale resultieren aus Gleichung (4.32). Dabei versuchen die Rinnsale unter der Wirkung ihres Eigengewichts am unbewegten Seilquerschnitt nach unten zu gleiten, während die äußeren Windkräfte sie nach oben drücken. Letztere ergeben sich mit den Anmerkungen aus Abschnitt 6.1 aus den Berechnungsvorschriften (5.3) und (5.4), wobei die stationären Windgeschwindigkeiten u_0 bzw. \bar{u}_0 angesetzt werden. Andere Einwirkungen bleiben in diesem ersten Schritt unberücksichtigt.

Die Abbildungen 6.13 und 6.14 veranschaulichen die berechneten Stellungen des oberen und unteren Rinnsals am Bauteilquerschnitt in Abhängigkeit von der vorherrschenden natürlichen Windgeschwindigkeit. Zu Vergleichszwecken sind auch die Simulationsergebnisse von *Nahrath* [69] sowie die Versuchsergebnisse von *Hikami* und *Shiraishi* [34] dargestellt. Die Eingangsparameter betragen $\delta = 45^\circ$, $\psi = 45^\circ$ und $d = 14$ mm. Aus dem Neigungs- und Anströmwinkel ergibt sich die effektive Windrichtung nach Gleichung (5.5) zu $\beta \cong -35^\circ$. Die Rinnsaleigenschaften stimmen mit den Angaben des Rechenbeispiels in Abschnitt 6.2.1 überein. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Rinnsale bei steigender Windgeschwindigkeit und somit steigenden Windkräften am Querschnitt nach oben gedrückt werden, das heißt φ_1 schrumpft, während φ_2 wächst. Dabei beziehen sich die Variablen auf die Definitionen in Abbildung 5.2. Bei einer Windgeschwindigkeit unter $u_0 \cong 9$ m/s bildet sich kein oberes Rinnsal, da die Wassertropfen infolge der zu geringen stützenden Windkraft an der Luv-seite des Querschnitts herunterfließen können. Die drei Ergebnisse zeigen eine relativ gute

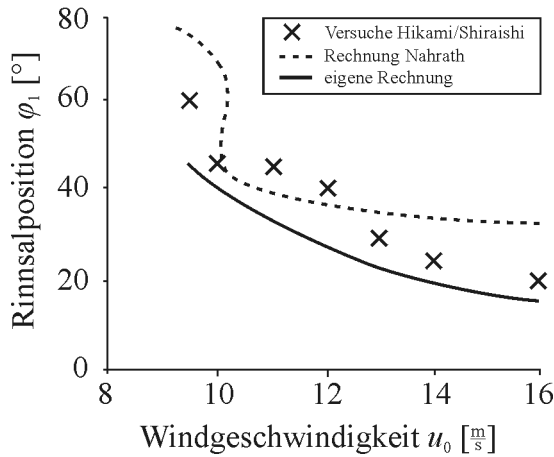


Abbildung 6.13: Berechnete statische Rinnsallagen φ_1 bei $\delta = 45^\circ$ und $\psi = 45^\circ$ im Vergleich zu den Angaben von *Nahrath* [69] sowie *Hikami* und *Shiraishi* [34]

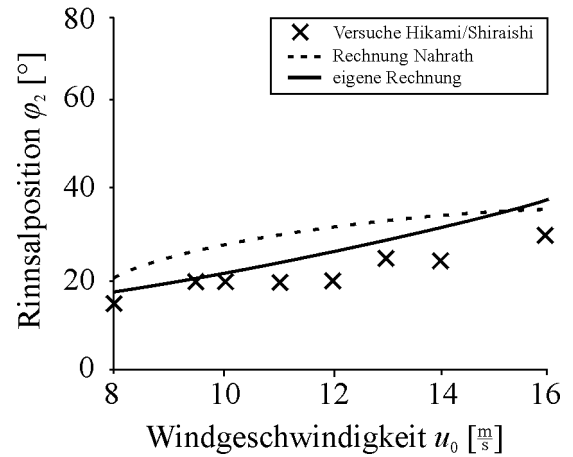


Abbildung 6.14: Berechnete statische Rinnsallagen φ_2 bei $\delta = 45^\circ$ und $\psi = 45^\circ$ im Vergleich zu den Angaben von *Nahrath* [69] sowie *Hikami* und *Shiraishi* [34]

Übereinstimmung. *Nahrath* [69] identifizierte im Rahmen einer Stabilitätsanalyse labile und stabile Gleichgewichtslagen der Rinnsale. Die oben genannten Abbildungen enthalten lediglich die stabilen Lösungen.

Diagramm 6.15 stellt den Verlauf der statischen Gleichgewichtslagen des oberen Rinnsals bei veränderlicher Windanströmungsrichtung dar. In der Berechnung betrug die konstante Geschwindigkeit $u_0 = 11,5$ m/s. Ähnliche Messungen mit anderen Randbedingungen stammen unter anderem von *Bosdogianni* und *Olivari* [4] sowie *Matsumoto et al.* [62].

6.3.3 Windgeschwindigkeit

Eines der markantesten Merkmale Regen-Wind induzierter Schwingungen stellt der begrenzte instabile Windgeschwindigkeitsbereich dar. So zeigt Abbildung 6.16 den gemessenen und berechneten Verlauf der maximalen Amplitude in Richtung 3 bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten für das Seil AS1 der Fred Hartman Brücke in Houston, Texas [143]. Die zugehörigen Berechnungsparameter entsprechen den Angaben in Abschnitt 6.2.1. Nach dem Überschreiten einer kritischen Mindestgeschwindigkeit nehmen die Amplituden bei weiter steigendem u_0 rasch zu, erreichen ihr Maximum und gehen anschließend etwas langsamer wieder auf Null zurück. Der qualitative Verlauf der Messung und der Simulation stimmen in etwa überein. Die Abweichungen der Einsetz- und Abklinggeschwindigkeiten ergeben sich aufgrund einer unsicheren Wahl einiger Eingangsparameter. So beinhaltet die Einhüllende der Messergebnisse Ereignisse mit variierendem Anströmwinkel und in der Berechnung wird lediglich der (ungünstigste) Wert $\psi = 30^\circ$ angesetzt (Abschnitt 6.3.5). Wie sich in den nachstehenden Betrachtungen zeigt, ist die rechnerische Überschätzung der Maximalamplitude auf den Einfluss der Turbulenz, der axialen Rinnsallängen und

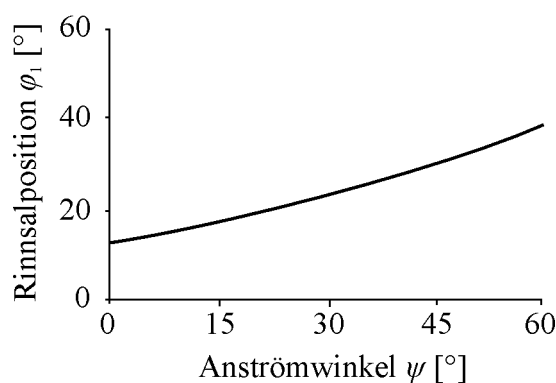


Abbildung 6.15: Berechnete statische Rinnsallagen φ_1 bei $u_0 = 11,5$ m/s

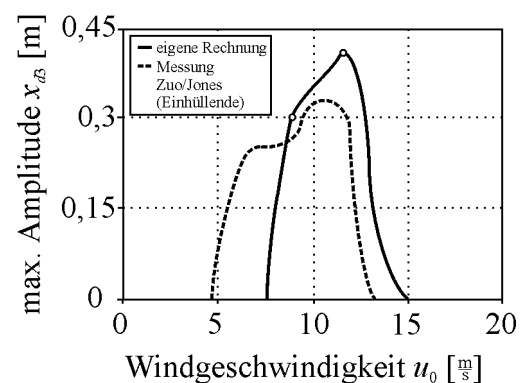


Abbildung 6.16: Instabiler Windgeschwindigkeitsbereich im Vergleich zu den Angaben von *Zuo* und *Jones* [143]

der angeregten Seileigenformen zurückzuführen. Bei Vergleichen mit weiteren Ergebnissen von *Hikami* und *Shiraishi* [34] sowie *Flamand* [22] kommt es zu guten Annäherungen der instabilen Geschwindigkeitsbereiche, während auch hier die gemessenen Schwingungsamplituden infolge der genannten Faktoren überschritten werden.

Eine Ursache für den charakteristischen Verlauf der Schwingwege in Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit liefert der Vergleich der zwei in Abbildung 6.16 markierten Simulationen. Während die Berechnung bei $u_0 = 11,5$ m/s in Abschnitt 6.2.1 bereits ausführlich diskutiert wurde, geben die Darstellungen 6.17, 6.18 und 6.19 die Zeitverläufe der schwankenden Verschiebungsanteile des Seils in Richtung 3 und des oberen Rinnsals sowie die Änderung der relativen Anströmrichtung des oberen Rinnsals bei $u_0 = 8,8$ m/s an. Wie schon bei $u_0 = 11,5$ m/s stellt sich auch bei $u_0 = 8,8$ m/s eine stabile Grenzamplitude ein, sobald der relative Anströmwinkel des oberen Rinnsals den Wert -55° unterschreitet. Für die Begründung sei auf die obigen Ausführungen bezüglich des Kraftbeiwerteverlaufs hingewiesen. Im Gegensatz zu der ersten Rechnung, bei der der relative Anströmwinkel zu Beginn $\alpha_I|^{t=0} = -36^\circ$ beträgt, hat er in der zweiten Simulation den Wert $\alpha_I|^{t=0} = -49^\circ$, was mit der Abhängigkeit der stationären Rinnsalposition von der Windgeschwindigkeit zusammenhängt. Deshalb ist im zweiten Fall auch die Winkeländerung bis zum Erreichen des kritischen Wertes von -55° merklich kleiner. Dies wirkt sich auf die Rinnsalamplituden und schließlich auf die Seilverschiebungen aus, die jeweils geringere Werte aufweisen. Bei identischen Anfangsstörungen verkürzt sich auch die Einschwingdauer bis zum Erreichen stabiler Grenzamplituden.

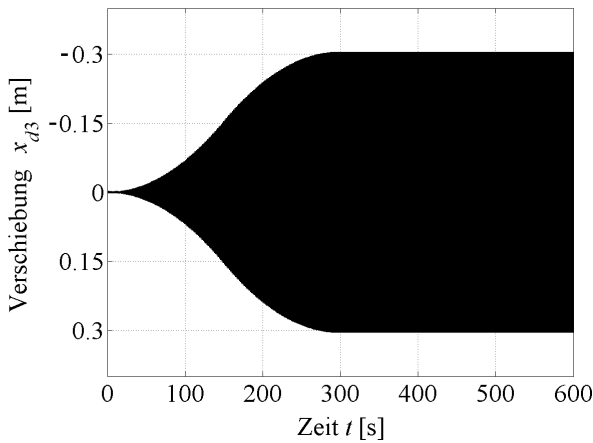


Abbildung 6.17: Zeitverlauf des Schwankungsanteils der Seilverschiebung in Richtung 3 bei $u_0 = 8,8$ m/s

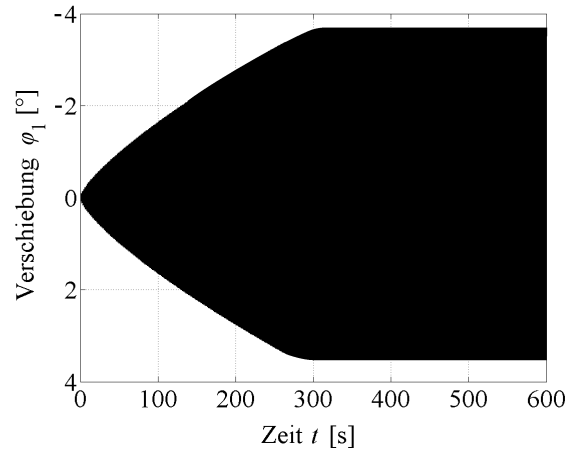


Abbildung 6.18: Zeitverlauf des Schwankungsanteils der oberen Rinnsalverschiebung bei $u_0 = 8,8$ m/s

Bei weiter steigender Windgeschwindigkeit bewegt sich der relative Anströmwinkel sowohl anfänglich als auch größtenteils im Schwingungsverlauf in einem Bereich, bei dem sich eine positive Gesamtdämpfung ergibt. Das führt zu einer rapiden Abnahme der Grenzamplituden (Abbildung 6.16). Die Untergrenze des instabilen Geschwindigkeitsbereichs liefern die Betrachtungen in Abschnitt 6.3.2. Erst wenn die Anströmgeschwindigkeit und damit die stützende Windkraft groß genug ist, um das luvseitige Abfließen des oberen Rinnals zu verhindern, können die Schwingungen einsetzen.

Alle Angaben der Seilamplituden beziehen sich auf den Knoten mit den maximalen Verschiebungen des in der ersten Eigenfrequenz schwingenden Zuggliedes. *Wang* und *Xu* [126] verdeutlichen mit Hilfe eines linearisierten Ausdrucks für die vertikal wirkende Windkraft den Beitrag der aerodynamischen Dämpfung während der Bewegung eines zweidimensionalen Modells mit zwei Freiheitsgraden.

6.3.4 Schwingungsamplituden

Um die Beschreibung der räumlichen Schwingungen des Seils AS1 an der Fred Hartman Brücke bei $u_0 = 11,5 \text{ m/s}$ zu vervollständigen, enthalten die Darstellungen 6.20 und 6.21 zusätzlich die Bewegungskomponente in Richtung 2. Die berechnete Umlaufbahn nach Beendigung des Einschwingvorgangs stimmt, unter Beachtung der obigen Anmerkungen in Bezug auf die Amplituden, gut mit den Messungen überein. Sie weist die Form einer geneigten Ellipse auf. Die Verschiebungen in Richtung 3 sind dabei deutlich größer als die Komponente senkrecht dazu, was mit den Beträgen der in die jeweilige Richtung transfor-

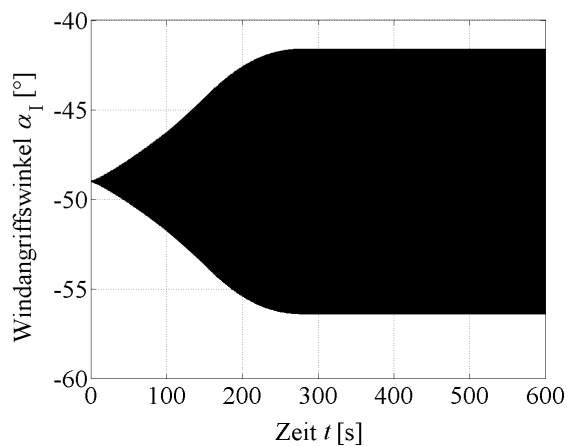


Abbildung 6.19: Zeitverlauf der Veränderung des relativen Windanströmwinkels bei $u_0 = 8,8 \text{ m/s}$

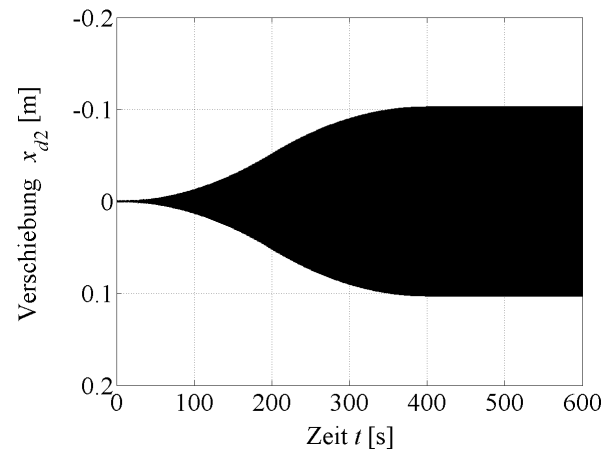


Abbildung 6.20: Zeitverlauf des Schwankungsanteils der Seilverschiebung in Richtung 2 bei $u_0 = 11,5 \text{ m/s}$

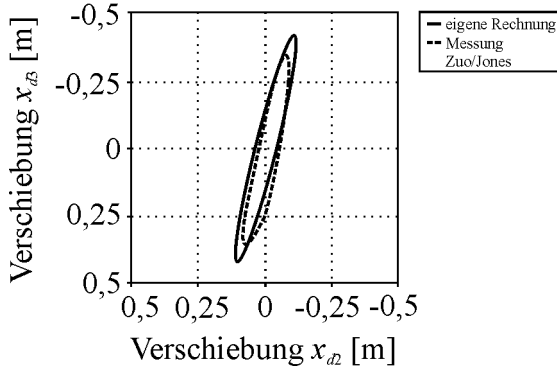


Abbildung 6.21: Seilumlaufbahn an der Fred Hartman Brücke, Houston, bei $u_0 = 11,5$ m/s im Vergleich zu den Angaben von *Zuo* und *Jones* [143]

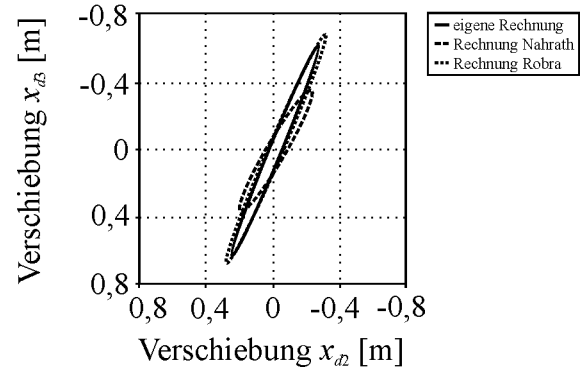


Abbildung 6.22: Seilumlaufbahn an der Erasmusbrücke, Rotterdam, bei $u_0 = 14,0$ m/s im Vergleich zu den Angaben von *Nahrath* [69] und *Robra* [91]

mierten Windkräfte zusammenhängt. Ein zweites Beispiel nähert die an der Erasmusbrücke in Rotterdam aufgezeichneten Seilschwingungen an. Die Eingangsparameter für das Seil und den Wind werden in der Simulation mit $d = 0,21$ m, $\mu = 60$ kg/m, $\delta = 30^\circ$, $l = 250$ m, $\xi = 0,0015$, $f_1 = 0,45$ Hz, $u_0 = 14,0$ m/s und $\psi = 25^\circ$ festgelegt, während die Freiwerte für die Rinnsale aus Abschnitt 6.2.1 unverändert bleiben. *Geurts* et al. [26, 27, 28] beziffern die maximalen Amplituden in Richtung 3 auf ca. 0,55 m. Die Auslenkungen werden nach Abbildung 6.22 rechnerisch erneut überschätzt ($x_{d3,max} = 0,63$ m), wobei auch hier die Wahl einiger Eingangsgrößen aufgrund der knappen Literaturangaben mit einer gewissen Unsicherheit behaftet ist. Ein Vergleich der angegebenen Berechnungsmodelle liefert gute Übereinstimmungen. Die geringe Verschiebung x_{d3} des Modells nach *Nahrath* [69] ist darauf zurückzuführen, dass der Autor nur eine unvollständige Rinnsalausbildung entlang des Seils ansetzt, was mit einer Reduktion der Windkraft einhergeht. *Robra* [91] berichtet von einer Zunahme der Breite ellipsenförmiger Umlaufbahnen im eingeschwungenen Zustand bei steigenden Amplituden der oberen Rinnsale.

6.3.5 Windanströmwinkel

Für das Seil AS1 an der Fred Hartman Brücke mit den Parametern nach Abschnitt 6.2.1 stellt das Diagramm 6.23 den Verlauf der maximalen Schwingungsamplituden in Richtung 3 bei verschiedenen Anströmwinkeln dar. Ein Vergleich der Messungen und der Simulation ergibt eine gute Übereinstimmungen. Es ist allerdings wiederum darauf hinzuweisen, dass die Einhüllende der Messergebnisse Ereignisse mit unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten enthält, während in der Berechnung lediglich der (ungünstigste) Wert $u_0 = 11,5$ m/s angesetzt wird (Abschnitt 6.3.3).

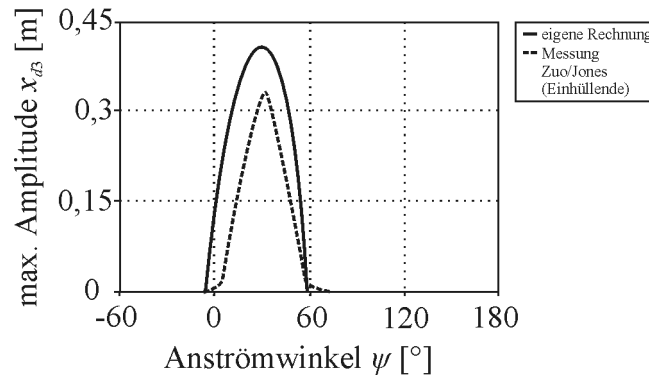


Abbildung 6.23: Instabiler Anströmwinkelbereich im Vergleich zu den Angaben von *Zuo* und *Jones* [143]

Die Interpretation der Resultate gestaltet sich nach der Umrechnung der Winkel mit Gleichung (5.5) anschaulicher. Danach liegt die effektive Windrichtung, bei der das Seil für Regen-Wind induzierte Schwingungen anfällig ist, rechnerisch zwischen $3^\circ \geq \beta \geq -39^\circ$. Verläuft die Richtung des effektiven Windvektors u außerhalb dieser Grenzen, kann sich kein oberes Rinnsal bilden, da die stützende Windkraft nicht ausreicht, um das Herunterfließen am Querschnitt zu vermeiden. Oder die stationäre Lage des entstandenen oberen Rinnsals ist so instabil, dass es durch die zusätzlichen Kräfte im Schwingungsverlauf sofort an die Seilunterseite abfließt [9, 91].

6.3.6 Bauteilneigungswinkel und Ausprägung des Anregungsmechanismus

Abschnitt 2.2.2 beinhaltet unter anderem die Vorstellung der drei bekannten Ausprägungen des Anregungsmechanismus Regen-Wind induzierter Schwingungen.

Im Falle einer Rinnsalausbildung an der Oberseite und an der Unterseite des Seilquerschnitts können Regen-Wind induzierte Schwingungen mit sehr großen Amplituden entstehen. Alle bisher in diesem Kapitel dokumentierten Simulationen sind diesem Typ zuzuordnen. Nach den Erläuterungen in Abschnitt 6.2.1 kommt dem oberen Rinnsal dabei eine entscheidende Bedeutung zu. Betroffen sind laut Literaturangaben Schrägseile mit Neigungswinkeln zwischen $20^\circ \leq \delta \leq 50^\circ$. Der Grund dafür liegt zum einen in den konstruktiv sinnvollerweise gewählten und in der Baupraxis anzutreffenden Seilneigungen und zum anderen in der Verknüpfung zwischen Neigungswinkel δ und effektiver Anströmrichtung β nach Gleichung (5.5). Je nach Anströmrichtung ψ kommen rechnerisch allerdings auch bei einer Überschreitung der beobachteten Obergrenze $\delta > 50^\circ$ Schwingungen zustande (Ab-

schnitt 6.3.5).

Bildet sich aufgrund der äußeren Randbedingungen nur ein unteres Rinnsal an dem betrachteten Seilquerschnitt, so werden auch Regen-Wind induzierte Schwingungen angefacht, deren Amplituden aber verhältnismäßig geringe Beträge aufweisen. Das liegt daran, dass der relative Anströmwinkel des unteren Rinnsals α_{II} gar nicht oder nur zeitweise in einem Bereich liegt, in dem die Verläufe der aerodynamischen Beiwerte sehr große Gradienten aufweisen. Zu anderen Zeitpunkten im Schwingungsverlauf befindet sich das Rinnsal relativ weit im Bauteilnachlauf, wo sein Einfluss auf die Strömungsablösung sehr klein ist. Die anfachenden Windkräfte bleiben entsprechend gering. Diesbezüglich sei auf die Erläuterungen in Abschnitt 6.2.1 hingewiesen. Im Fachschrifttum sind keine ausführlichen Messresultate für diesen Typ dokumentiert. Darum sei lediglich kurz darauf hingewiesen, dass eine Simulation mit den Seil- und Rinnsalparametern aus Abschnitt 6.3.4 ohne oberes Rinnsal eine maximale Amplitude von $x_{d3,max} = 0,14$ m zum Ergebnis hat.

Schwingungen aufgrund von zwei Rinnsalen an den Seiten des Querschnitts wurden außerhalb des Windkanals bisher nur an Bauteilen mit sehr großen Neigungswinkeln, wie Hängern von Bogenbrücken, festgestellt. Die Simulation Regen-Wind induzierter Schwingungen derartiger Bauteile wirft Probleme auf, denn zu Beginn sind, gemäß der in Abschnitt 6.1 und 6.3.2 dargelegten Vorgehensweise, im ersten Schritt der Rechnung die stationären Lagen der Rinnsale zu ermitteln. Da die entsprechende Eigengewichtskomponente der Rinnsale aber in diesem Fall sehr geringe Werte aufweist oder sogar verschwindet, drückt die stationäre Windkraft sie stets in den Leebereich des Querschnitts, wo sie praktisch keinen Einfluss mehr auf die Körperumströmung haben.

Im Rahmen von Windkanalversuchen an geneigten, einseitig eingespannten Zylindern mit $d = 0,1$ m, $\delta = 30^\circ$ und $\psi = 90^\circ$ beobachtete *Verwiebe* [121] eine Änderung der Hauptschwingungsrichtung der Probekörper, wenn die Anströmgeschwindigkeit deutlich gesteigert wurde. Während bei $15 \text{ m/s} \leq u_0 \leq 22 \text{ m/s}$ hauptsächlich Querschwingungen auftraten, dominierten ab $u_0 \geq 23 \text{ m/s}$ longitudinale Schwingungen. Dabei waren zwei der beschriebenen Ausprägungen des Anregungsmechanismus beteiligt. Der vorgestellte Algorithmus ergibt zwar beträchtliche seitliche Bewegungen des Körpers für $18 \text{ m/s} \leq u_0 \leq 24 \text{ m/s}$, aber Längsschwingungen in einer ähnlichen Größenordnung treten bei keiner Geschwindigkeit auf. Möglicherweise ist im Bereich höherer Anströmgeschwindigkeiten, und somit höherer *Reynolds*-Zahlen, ein Wirkmechanismus ähnlich der drag instability (Abschnitt 2.1.3) zu berücksichtigen. Auch das Modell von *Nahrath* [69], auf dem der vorliegende Ansatz basiert, führt bei der Untersuchung dieses Phänomens zu Abweichungen, während andere Autoren dazu überhaupt keine Angaben machen.

6.3.7 Windturbulenz, Seileigenformen und -frequenzen

Die Abbildung 6.24 verdeutlicht die Auswirkungen einer Variation der Seileigenfrequenzen auf den Windgeschwindigkeitsbereich, in dem Regen-Wind induzierte Schwingungen auftreten können. Als Grundlage wird hier erneut das Seil AS1 an der Fred Hartman Brücke gewählt (Parameter: Abschnitt 6.2.1). Die Anpassung der Eigenfrequenzen erfolgt durch Änderungen der Seilvorspannung bzw. des Durchhangverhältnisses. Bei allen Rechengängen ist das Bauteil einer laminaren Strömung ausgesetzt und schwingt in der ersten Eigenfrequenz. Es zeigt sich, dass die Amplituden bei steigender Seilvorspannung abnehmen und dass die Einsetz- und Abklinggeschwindigkeiten bei allen Simulationen in etwa übereinstimmen. Die zuletzt genannte Erkenntnis bestätigen *Hikami* und *Shiraishi* [34] anhand von Windkanalversuchen.

Wie bereits in Abschnitt 2.2.4 erwähnt, treten Regen-Wind induzierte Seilschwingungen vornehmlich in Eigenfrequenzen auf, die in einem Bereich von etwa $0,5 \text{ Hz} \leq f \leq 3,0 \text{ Hz}$ liegen. Neben anderen Einwirkungen üben unter anderem die Trägheitskräfte infolge der Seilbewegung einen starken Einfluss auf die Rinnsalbewegung aus. Bei niedrigen Frequenzen weisen diese Kräfte relativ geringe Werte auf, so dass sie die Rinnsalbewegung nicht unterstützen können. Sind die Frequenzen andererseits zu groß, gelingt es den Wasser-rinnsalen nur schwer, den Seilverschiebungen zu folgen. Die zum Zustandekommen des Anregungsmechanismus erforderliche Phasenverschiebung zwischen Seil- und Rinnsalbewegung (Abschnitt 6.3.8) stellt sich nicht ein. Diese Überlegungen stellen eine Erklärung für den begrenzten Frequenzbereich dar.

Im Rahmen der bisherigen Betrachtungen traten stets in der ersten Eigenfrequenz schwingende Seile auf. Den Rechnungen lag dabei eine laminare bzw. turbulenzarme und über die Höhe konstante Windanströmung zugrunde. *Groß* [29], der Galloping-Schwingungen von

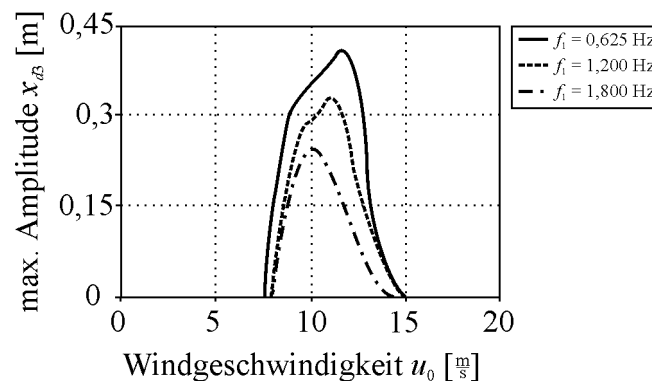


Abbildung 6.24: Einfluss der Seileigenfrequenz auf den instabilen Windgeschwindigkeitsbereich

Hochspannungsleitungen untersuchte, zeigte, dass die angeregten Eigenformen stark von dem Turbulenzgrad der Strömung abhängen. Mit dieser Erkenntnis und dem Wissen, dass bei Feldmessungen größtenteils Regen-Wind induzierte Seilschwingungen in der zweiten oder dritten Eigenform zu beobachten waren, soll im Folgenden der Turbulenzeinfluss auf die Schwingungsausprägung näher beleuchtet werden.

Zunächst macht ein Blick auf die Diagramme 6.25 und 6.26 deutlich, wie sich die instabilen Windgeschwindigkeitsbereiche verändern. Mit zunehmender Turbulenzintensität werden zum einen die berechneten Maximalamplituden geringer und zum anderen verengen sich die Geschwindigkeitsbereiche, in dem Regen-Wind induzierte Schwingungen auftreten können. Die zunehmenden Schwankungen von u_0 stören die Bildung und die Bewegung insbesondere des oberen Rinnsals. Außerdem verringert sich die Korrelation der Windkräfte entlang der Seillängsachse. Bei höheren Turbulenzintensitäten kommen teilweise gar keine bewegungsinduzierten Schwingungen mit stabilen Grenzyklen mehr zu Stande. In Abschnitt 6.3.3 und 6.3.4 zeigte sich, dass die gemessenen Amplituden bei turbulenzarmer Anströmung rechnerisch überschätzt werden. Nach der Einbeziehung des stochastischen Charakters des Windes stimmen Messung und Simulation nun, vor allem für $I_{u1} = 0,053$, besser überein (Messungen: Abbildung 6.16, 6.21 und Abschnitt 6.3.4). Leider enthalten die entsprechenden Literaturquellen keine Angaben zur vorherrschenden Turbulenz zum Zeitpunkt der Beobachtungen.

Nach den Angaben in Abschnitt 5.3 erfolgt die Generierung der Windfelder für verschiedene mittlere Windgeschwindigkeiten und die angegebenen Turbulenzintensitäten bzw. Standardabweichungen (Gleichung (5.21)) unter Verwendung der Rauigkeitsklasse "Vorort"

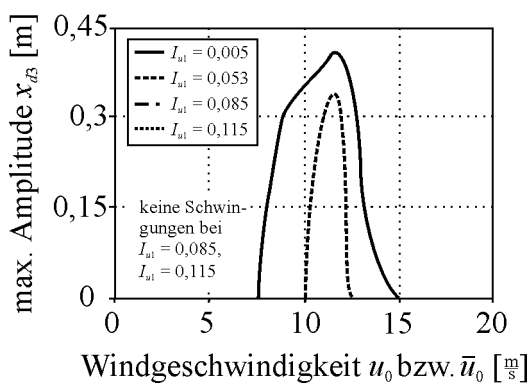


Abbildung 6.25: Turbulenzeinfluss auf den instabilen Windgeschwindigkeitsbereich an der Fred Hartman Brücke, Houston

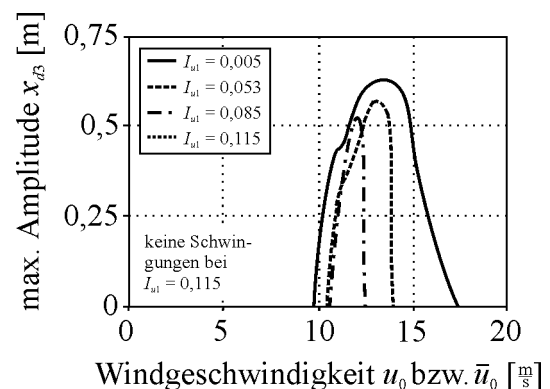


Abbildung 6.26: Turbulenzeinfluss auf den instabilen Windgeschwindigkeitsbereich an der Erasmusbrücke, Rotterdam

nach Tabelle 5.1. In der Simulation werden die Windkräfte, wie in Abschnitt 5.3.2 erläutert, mit den aerodynamischen Beiwerten aus glatter Strömung (Abschnitt 5.2.2, Anhang A) berechnet. Die bei verschiedenen Turbulenzbedingungen gemessenen Beiwerte (Abschnitt 5.3.3, Anhang A) helfen lediglich bei der Interpretation der Ergebnisse. So spiegelt sich die rechnerisch festgestellte Abnahme der Amplituden bei turbulenter Anströmung in den Beiwerten wieder, deren Maxima und Minima mit steigender Turbulenzintensität erheblich weniger stark ausgeprägt sind als bei laminaren Verhältnissen. Nach einer Betrachtung der Beiwerte lässt sich allerdings ein stärkerer Einfluss auf die Amplituden erwarten als er sich tatsächlich rechnerisch einstellt. Dies liegt daran, dass aus technischen Gründen bei der Durchführung der Windkanalversuche das Verhältnis zwischen Probendurchmesser und Integrallängenmaß nicht geometrisch ähnlich zu den Bedingungen in der Natur bzw. der Simulation war (Abschnitt 5.3.3). Während die gemessenen Amplituden im Modell gut angenähert werden, verschlechtert die Einbeziehung der Turbulenz die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung in Bezug auf die instabilen Geschwindigkeitsbereiche.

Die Abbildungen 6.25 und 6.26 enthalten keine Informationen über die angeregten Eigenformen der Seile, sondern weisen nur die maximalen Auslenkungen in Richtung 3 auf. Deshalb sei darauf hingewiesen, dass die betrachteten Zugglieder bei laminarer Anströmung in ihren ersten Eigenformen und bei turbulenten Bedingungen, unabhängig von der Turbulenzintensität, in ihren dritten Eigenformen schwingen. Die Grundeigenfrequenz beträgt $f_1 = 0,625$ Hz am Seil AS1 der Fred Hartman Brücke in Houston und $f_1 = 0,450$ Hz am betrachteten Seil der Erasmusbrücke in Rotterdam. An beiden Bauteilen wurden Regen-Wind induzierte Schwingungen vornehmlich in den zweiten und dritten Eigenformen beobachtet [26, 143]. Somit stimmen die Simulationen und Beobachtungen recht gut überein. Einen Grund für das Auftreten der höheren Eigenmoden stellen sowohl die turbulenten Schwankungen des Windes als auch die Ausbildung der Grenzschicht und somit der unsymmetrischen Belastung über die Seilhöhe dar. Im Gegensatz zu den beiden betrachteten Beispielen zeigt das Seil AS16 der Fred Hartman Brücke in Houston laut Messung und Berechnung lediglich Schwingungen bis zur zweiten Eigenform. Die Bauteilparameter betragen dabei $d = 0,14$ m, $\mu = 48$ kg/m, $\delta = 46^\circ$, $l = 87$ m, $S_s = 2153$ kN, $\xi = 0,0015$, $f_1 = 1,245$ Hz und $\psi = 30^\circ$. Zuo und Jones [143] vermuten, dass Zugglieder mit einer niedrigen Grundeigenfrequenz (wie das Seil AS1) in mehreren sowie höheren Eigenformen schwingen, weil sie durch einen breiteren Frequenzbereich des Windes angeregt werden.

Wie zahlreiche Quellen belegen, sind Regen-Wind induzierte Schwingungen zumeist monofrequent [106]. Doch einige Berichte enthalten auch Angaben über Schwingungen, an denen mehrere Moden beteiligt waren. Mit dem vorliegenden Modell gelingt es rechnerisch nicht, dieses Phänomen zu erfassen. Unter Umständen spielt bei den beobachteten Schwingungen

auch eine Fußpunkterregung des Seils oder eine unvollständige Ausbildung der Rinnsale entlang der Kabelachse eine Rolle. Letzteres würde eine unregelmäßige Krafteinwirkung auf das Bauteil bewirken.

6.3.8 Rinnsale und Regenmenge

Das Diagramm 6.27 zeigt die Schwankungsanteile der Bauteilverschiebung in Richtung 3 und der oberen Rinnsalverschiebung des Seils AS1 der Fred Hartman Brücke im Verlauf einer Periode T im eingeschwungenen Zustand bei $u_0 = 8,8$ m/s. Dabei sind die Vorzeichen- definitionen aus den Abbildungen 3.2 und 5.2 zu beachten. Beide Komponenten bewegen sich periodisch um ihre Ruhelage und weisen eine Phasenverschiebung zueinander auf.

Ergänzend dazu visualisiert die Abbildung 6.28 die Position und die Form des oberen Rinnsals im Verlauf einer Schwingungsperiode T . In der qualitativen Darstellung sind die Rinnsaldimensionen überhöht dargestellt. Am Anfang des Schwingungszyklus ist das Rinnsal relativ flach und breit ($t = 0$). Während sich das Seil nach oben bewegt, gleitet das Rinnsal luvseitig am Querschnitt herab ($t = T/8$). Seine Position wird jeweils dort gemessen, wo es seine maximale Höhe hat. Die Form weist zunehmend einen flachen und einen höheren, stärker gewölbten Teil auf ($t = 2T/8$) [107]. Nach dem Erreichen des Maximums wandert das Rinnsal wieder nach oben und das Zugglied schwingt nach unten. Dabei wird die Form schmaler und höher ($t = 3T/8$ bis $6T/8$). Mit dem Erreichen des Minimums flacht das Rinnsal wieder ab und nähert sich seiner Ausgangsposition ($t = 7T/8$ bis T). Anschließend beginnt der Prozess erneut. Die Entwicklung der Rinnsalform erklärt die leichte Unsymmetrie der Zeitverläufe in den Abbildungen 6.18 und 6.27. Während die Simulation

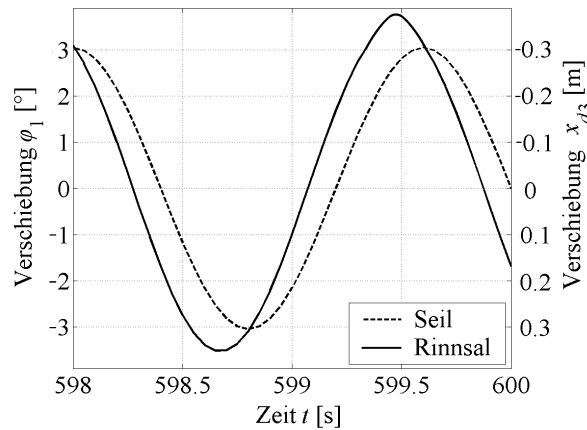


Abbildung 6.27: Schwankungsanteile der Seilverschiebung und der oberen Rinnsalverschiebung bei $u_0 = 8,8$ m/s im Verlauf einer Periode

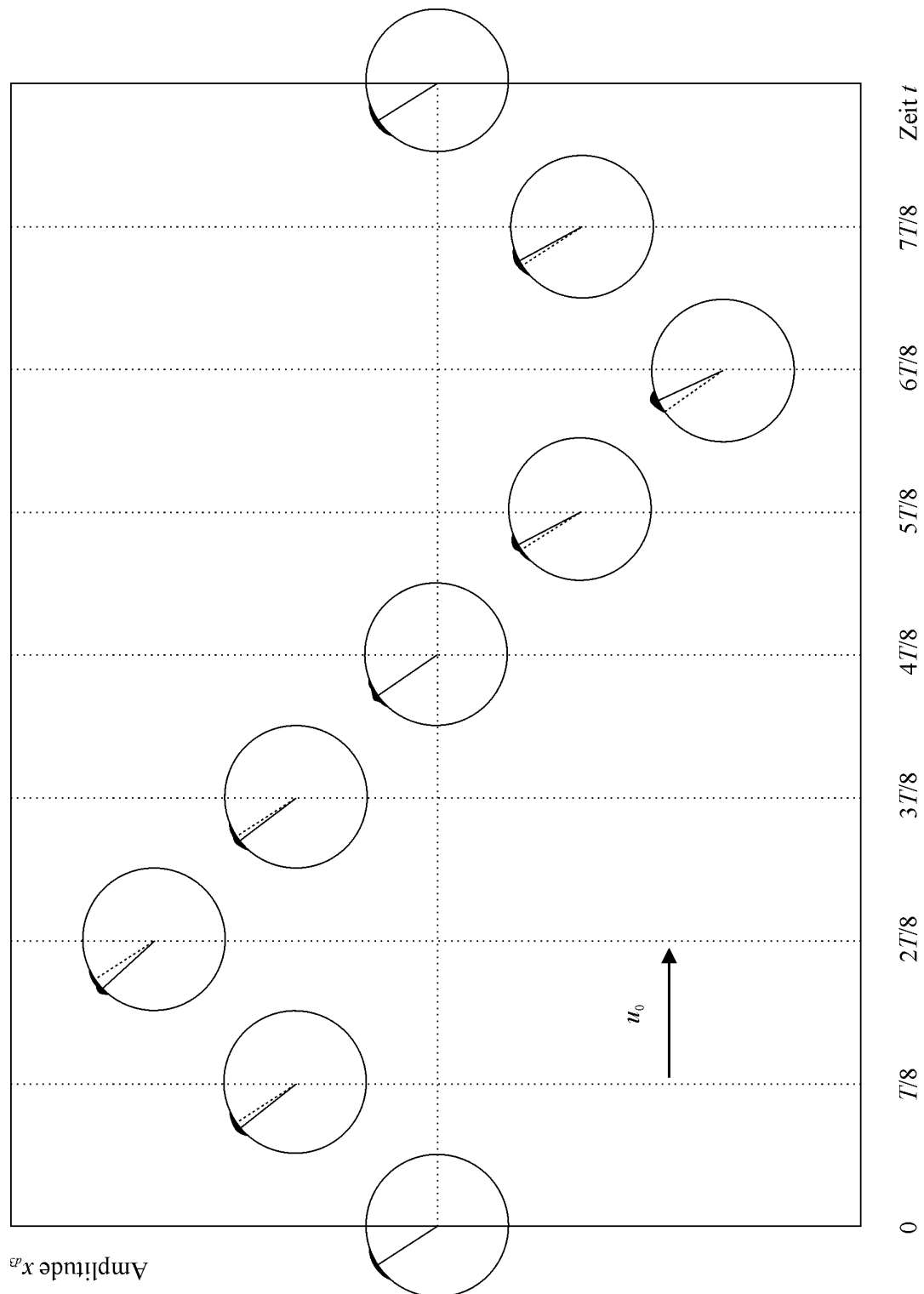


Abbildung 6.28: Rinnsalform und -position im Verlauf einer Periode

sowohl das obere als auch das untere Wasserrinnsal berücksichtigt, zeigt das Schema lediglich das obere. Dessen Verhalten erinnert an einen Wasserfilm, auf dem das eigentliche Rinnsal, also der höhere, stärker gewölbte Teil, gleitet. In dieser Form beschreibt auch *Cosentino* [9] das Verhalten der Wasseransammlungen. Der Autor zeichnete die Gestalt und die Stellung der oberen Rinnsale mit elektronischen Sensoren auf der Oberfläche seines Windkanalmodells auf. Bei der Beurteilung dieses Vergleichs ist allerdings zu beachten, dass der Zulauf von Wasser zum Rinnsal und das Abtropfen von Wasser die Rinnsalform beeinflusst. Vereinfachend wurde beides in der Simulation vernachlässigt.

Das Fachschrifttum weist kaum Hinweise zu den vorhandenen Rinnsallängen entlang der schwingenden Zugglieder von Originalbauwerken auf [120]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde angenommen, dass sich die Rinnsale immer auf der ganzen Bauteillänge bilden. Dies hängt aber unter anderem stark von den Witterungsbedingungen, der Oberflächenbeschaffenheit und der Länge des Seils ab.

Regen-Wind induzierte Schwingungen treten insbesondere bei moderaten Regenmengen auf (Abschnitt 2.2.4). Bei wenig Regen entstehen keine oder nur kurze Rinnsale, während sich die Rinnsale bei großen Wassermengen recht unregelmäßig bewegen. Lediglich dünne Rinnsale, die aufgrund der Adhäsion stark gedämpft sind, gleiten sehr regelmäßig auf der Bauteiloberfläche, was der Anfachung der bewegungsinduzierten Schwingungen zuträglich ist.

Kapitel 7

Schwingungsmindernde Maßnahmen

7.1 Vorbemerkung

Die großen Amplituden Regen-Wind induzierter Schwingungen beeinträchtigen, wie einleitend erörtert (Abbildung 1.2), die Lebensdauer und die Gebrauchstauglichkeit der betroffenen Bauwerke. Bereits erprobte und dokumentierte Gegenmaßnahmen basieren zum einen auf der Verhinderung eines Energieeintrages in das System und zum anderen auf einer Veränderung der Struktureigenschaften. Konkret besteht die Möglichkeit der Oberflächenprofilierung der Seilummantelungen, der Anbringung von Störseilen oder der Installation von Schwingungsdämpfern.

7.2 Gegenmaßnahmen

7.2.1 Profilierungen der Seiloberfläche

Um die Einwirkung der beschriebenen bewegungsinduzierten Windkräfte auf das Seil und damit einen Energieeintrag in das System zu verhindern, ist die Rinnsalbildung und -bewegung auf dem Seil zu unterbinden. Dafür geeignete Maßnahmen umfassen Oberflächenprofilierungen, die außerdem kostengünstig, unkompliziert ausführbar und zumindest teilweise ästhetisch unbedenklich sind:

- Bei axialen Profilierungen können sich zwar aus den Regentropfen, die auf die Kabeloberfläche treffen, Rinnsale bilden, aber ihre Bewegungsmöglichkeiten in Umfangsrichtung sind stark eingeschränkt. Versuche verschiedener Autoren [22, 48, 65] bestätigen, dass Regen-Wind induzierte Schwingungen dadurch vermieden werden können.



Abbildung 7.1: Profilierte Seilummantelung an der Tatara Brücke, Japan

Allerdings erweisen sich derartige Querschnitte bei schräger Anströmung unter Umständen als anfällig für Galloping-Schwingungen (Abschnitt 2.1.3).

- Spiralförmige Profilierungen sollen die Bildung des oberen Rinnsals direkt verhindern, indem das Regenwasser an die Unterseite des Querschnitts geleitet wird, um dort abzutropfen. Während *Flamand* [22] sowie *Bosdogianni* und *Olivari* [4] angeben, dass diese Maßnahme sowohl Regen-Wind induzierte Schwingungen wie auch andere aerodynamische Instabilitäten verhindern, widersprechen *Ruscheweyh* und *Verwiebe* [99] dieser Aussage. Detaillierte Angaben über die Wirkung verschiedener Durchmesser, Abstände und Neigungsrichtungen von spiralförmigen Drahtumwicklungen geben *Gu* und *Du* [30] an.
- Andere Oberflächenstrukturierungen der Seilummantelung, beeinträchtigen ebenfalls die Bildung und Bewegung der Wasserrinnsale auf dem kreisförmigen Querschnitt. Versuche [48] und praktische Anwendungen [68], wie beispielsweise an der Tatara Brücke in Japan (Abbildung 7.1), belegen ihre Wirksamkeit bezüglich der Schwingungsunterdrückung.
- Abtropfringe behindern den axialen Wasserfluss am Seil [22] und damit die Rinnsalbildung entlang des Kabels.

Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass die geschilderten Maßnahmen die statischen Windlasten auf die Seile erhöhen, da sie die Kraftbeiwerte beeinflussen.



Abbildung 7.2: Störseile an den Schrägseilen der Fred Hartman Brücke, Houston

7.2.2 Störseile

In der Vergangenheit wurden bereits bei zahlreichen Brücken Seilverspannungen an den Schrägseilen bzw. Hängern angebracht, um Schwingungen der Zugglieder zu unterdrücken. Diese Störseile sind einfach und schnell zu installieren und sehr effektiv. Somit eignen sie sich besonders als Sofortmaßnahme bei unerwartet auftretenden Anregungen, wie beispielsweise an der Erasmusbrücke in Rotterdam [27]. Abbildung 7.2 zeigt die Störseile an den Schrägseilen der Fred Hartman Brücke, Houston. Die Wirkungsweise basiert auf der Tatsache, dass die Verspannungen die ungehinderte Verschiebung aller Seilknoten behindert und die Strukturdämpfung der Kabel erhöht. Versuche zu diesem Themenkomplex stammen beispielsweise von *Yamaguchi et al.* [134, 135, 136]. Weitere Angaben machen unter anderem *Scheer* und *Peil* [105].

7.2.3 Schwingungsdämpfer

Eine weitere Möglichkeit, die Strukturdämpfung zu erhöhen, stellen Schwingungsdämpfer dar. Sie sind genau an die jeweiligen Bauteilgegebenheiten und die zu erwartenden angeregten Schwingungsfrequenzen anzupassen:

- Nach dem Auftreten von Regen-Wind induzierten Schwingungen erfolgte an den Hängern der Elbbrücke bei Dömitz die Installation von Dosendämpfern (Abbildung 7.3). Durch die Anordnung von drei Dämpferelementen an den langen Hängern vervielfachte sich das logarithmische Dämpfungsdekrement [54, 91]. Ihre energiedissi-

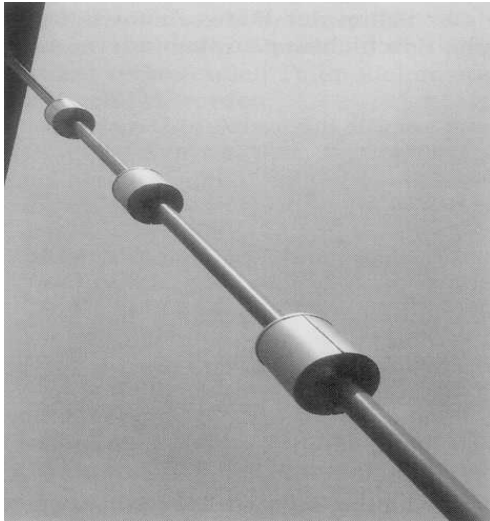


Abbildung 7.3: Dosendämpfer an den Hängern der Elbbrücke, Dömitz



Abbildung 7.4: Kolbendämpfer an den Seilen der Erasmusbrücke, Rotterdam

pierende Wirkung entsteht durch flüssigkeitsgefüllte Kammern, deren Inhalt bei Bewegung umherschwappt. Bei der Dimensionierung der Dosendämpfer sind sowohl die Abmessungen und die Füllhöhe der Kammern als auch die gewünschte Position am Hänger festzulegen.

- Im Gegensatz zu Bogenbrücken werden bei Schrägseilbrücken im Bedarfsfall üblicherweise Kolbendämpfer zwischen Brückenträger und Kabel montiert. Abbildung 7.4 zeigt beispielsweise die Dämpferelemente an den Seilen der Erasmusbrücke in Rotterdam [90]. Im Gegensatz zu Dosendämpfern erfordern Kolbendämpfer eine regelmäßige Wartung. Allerdings sind sie in ästhetischer Hinsicht den meisten anderen

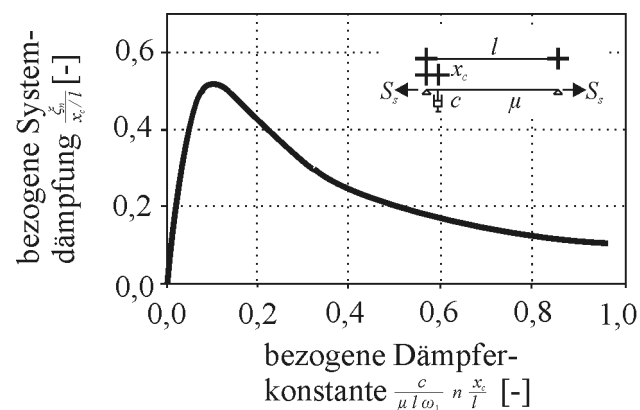


Abbildung 7.5: Zusammenhang zwischen der bezogenen Dämpferkonstante und der bezogenen Systemdämpfung [78]

Gegenmaßnahmen vorzuziehen. *Pacheco et al.* [78] beschäftigten sich mit der Auslegung von viskosen Kolbendämpfern an linearen Saiten. Für kleine Dämpferabstände zum Auflager x_c , lineare Dämpferelemente und Schwingungen bis zur fünften Eigenform zeigt Abbildung 7.5 den Zusammenhang zwischen der bezogenen Dämpferkonstante und der bezogenen Systemdämpfung, die sich nach dem Einbau des Elementes ergibt. Der Verlauf belegt erwartungsgemäß, dass bei sehr geringen Dämpferkonstanten nur eine schwache Steigerung der Strukturdämpfung zustande kommt. Nachdem die Kurve ihr Maximum erreicht hat, bei dessen Erreichen das installierte Element am effektivsten arbeitet, fällt sie jedoch wieder ab. Aufgrund der hohen Viskosität kann der Kolbendämpfer nun der Bewegung des schwingenden Seils nicht mehr folgen. Er wirkt mehr und mehr wie ein zusätzliches Auflager, dass die Seilenlänge l verkürzt. In Anlehnung an Gleichung (3.7) verschieben sich damit auch die Eigenfrequenzen. Die optimale Dämpferkonstante ergibt sich zu [78]:

$$c_{opt} = 0,1 \frac{\mu l \omega_1}{n \frac{x_c}{l}} \quad (7.1)$$

Main und *Jones* [56] weisen jedoch darauf hin, dass c_{opt} jeweils nur für eine Eigenfrequenz gilt. Ihren Berechnungen zufolge sind die Auswirkungen dieses Sachverhalts bei nichtlinearen Dämpfern weniger stark ausgeprägt als bei linearen Elementen. Zudem berichten *Zuo* und *Jones* [143] über Reibungseinflüsse, die die Dämpferwirkung beeinträchtigen können.

Als konkretes Beispiel zur Untersuchung des Strukturdämpfungseinflusses auf Regen-Wind induzierte Schwingungen dient ein Seil der Erasmusbrücke in Rotterdam. Dabei finden die Parameter aus Abschnitt 6.3.4 Eingang in die Rechnung. Die Darstellung

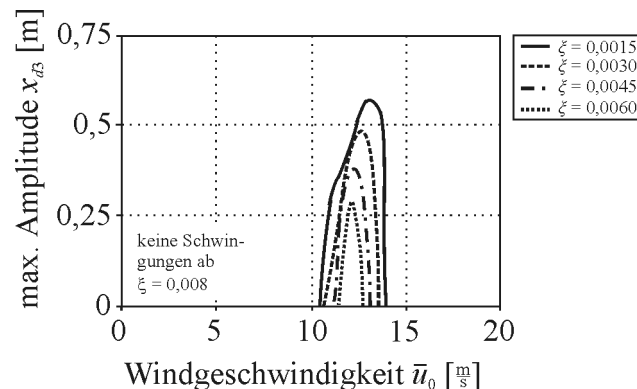


Abbildung 7.6: Instabiler Geschwindigkeitsbereich bei verschiedenen Seildämpfungsgraden an der Erasmusbrücke, Rotterdam

7.6 verdeutlicht die Amplitudenverläufe in Richtung 3 in Abhängigkeit von der Anströmgeschwindigkeit für $I_{u1} = 0,053$. Wie in der von *Nahrath* [69] für dieses Beispiel ermittelten Stabilitätskarte ist auch hier ablesbar, dass bei wachsender Strukturdämpfung die kritische Einsetzgeschwindigkeit der Schwingungen leicht ansteigt, während die Abklinggeschwindigkeit zurückgeht. Zusätzlich zu den Informationen aus dem genannten Stabilitätsdiagramm zeigt die Abbildung 7.6, dass bei einer konstanten Dämpfungserhöhung die maximalen Auslenkungen relativ gleichmäßig abnehmen. Im Gegensatz zu diesen Erkenntnissen ergeben andere Modelle [26, 28, 91] eine sehr starke Zunahme der kritischen Geschwindigkeit bei einer Erhöhung von ξ . Diese Algorithmen bilden allerdings mathematisch auch keine Obergrenze für den instabilen Geschwindigkeitsbereich ab. Bezüglich der Amplitudenabnahme stimmen die zitierten Angaben und die vorliegenden Ergebnissen wiederum qualitativ überein. Um das Auftreten von Regen-Wind induzierten Schwingungen zu unterbinden, wurden an der Erasmusbrücke Kolbendämpfer mit $c = 2 \cdot 25 \text{ kNs/m}$ installiert [28]. Mit $x_c = 4,2 \text{ m}$ ergibt sich nach der Auswertung von Diagramm 7.5 sowie der Addition der Dämpferwirkung und der Strukturdämpfung des Seils eine Gesamtdämpfung von $\xi_{ges} \cong 0,0015 + 0,4 \cdot (4,2/250) \cong 0,0082$. Übereinstimmend mit den Messungen [28] und den Berechnungen von *Nahrath* [69] ergibt die Simulation beim Ansatz dieser Dämpfung, dass keine Schwingungen mehr auftreten.

Ein ausführliches Beispiel zur Dämpferdimensionierung gibt *Robra* [91] an. Ausgehend von Untersuchungen winderregter Schwingungen an der Rheinbrücke Rees-Kalkar ermittelte *Emde* [18] Bemessungsdiagramme für Kolbendämpfer.

Einigen Untersuchungen zufolge treten Regen-Wind induzierte Schwingungen ab einem Dämpfungsgrad von etwa 0,005 bis 0,008 nicht mehr auf [26, 30, 85, 123].

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Regen-Wind induzierte Schwingungen biegeweicher Zugglieder weisen große Amplituden und geringe Frequenzen auf. Die periodischen Bewegungen werden durch Regenwasser verursacht, dass sich in axial auf der Bauteiloberfläche herunterfließenden Rinnsalen sammelt. Durch die Interaktion der Seile, der Regenwasserrinnsale und der Windkräfte kommt es zu einem Energieeintrag in das System. Die Schwingungen beeinträchtigen die Gebrauchstauglichkeit und die Lebensdauer der betroffenen Bauwerke und machen die Entwicklung von geeigneten Berechnungsmöglichkeiten und Gegenmaßnahmen erforderlich.

Auf der Basis der Modelle von *Yamaguchi* [137] und *Nahrath* [69] wird ein erweiterter Algorithmus vorgestellt, der Regen-Wind induzierte Seilschwingungen mathematisch simulieren kann. Dieser setzt sich aus drei Komponenten zusammen: dem Seil, den Rinnsalen und den aerodynamischen Kräften.

Bei der Modellierung des Zuggliedes kommt die in der Literatur ausführlich dokumentierte lineare Schwingungstheorie der gespannten mechanischen Einzelsaite und die nichtlineare Schwingungstheorie des durchhangbehafteten Einzelseils zur Anwendung. Die numerische Zeitintegration des räumlich diskretisierten Bauteils gelingt mit Hilfe des *Newmarkschen* Zeitintegrationsschemas und des *Newton-Raphson*-Verfahrens. Bewegungsinduzierte, äußere Windkräfte regen die Struktur zu Schwingungen an.

In einem zweiten Schritt ist die Bewegung der Rinnsale auf der Zuggliedoberfläche anzunähern. Ausgehend von vereinfachten *Navier-Stokes*-Gleichungen erfolgt die Aufstellung der Bewegungsgleichungen für die zweidimensionale Rinnsalströmung in Umfangsrichtung. Dabei kommt der Oberflächenspannung und der Adhäsion des Wassers eine besondere Bedeutung zu. Um weitere Erkenntnisse über das Verhalten der Rinnsale auf der Bauteil-

oberfläche zu gewinnen, werden Versuche an rotierenden, berechneten Probekörpern durchgeführt. Zudem beeinflussen sowohl die Seilbeschleunigungen als auch die aerodynamischen Kräfte die Rinnsalbewegung. In den Simulationen bleibt das Abtropfen des Wassers vom Bauteil und der Zufluss weiterer Regentropfen zum Rinnsal unberücksichtigt.

Die Abschätzung der aerodynamischen Kräfte und Momente in laminarer und turbulenter Anströmung stellt die dritte Komponente des Gesamtmodells dar. Ihre Berechnung macht die Aufzeichnung der aerodynamischen Widerstands-, Auftriebs- und Momentenbeiwerte der zylindrischen Bauteile in Abhängigkeit von den Rinnsalstellungen in Windkanalversuchen erforderlich. Dabei werden die Rinnsale durch axiale Störstreifen ersetzt. Die nach stationärer Streifentheorie ermittelten Größen wirken sowohl auf die gleitenden Rinnsale als auch auf das schwingende Zugglied.

Nach dem Zusammenfügen des Gesamtmodells erfolgt abschließend die Validierung des Algorithmus, die Erklärung des Anregungsmechanismus und eine umfassende Parameterstudie. Letztere beinhaltet Untersuchungen zur Windgeschwindigkeit, zu den Schwingungsamplituden, zu den Windanström- und Seilneigungswinkeln, zum Windturbulenzgrad, zu den Seileigenmoden sowie zur Regenmenge. Eine kurze Beschreibung bekannter schwingungsmindernder Gegenmaßnahmen und eine Betrachtung des Einflusses der Strukturdämpfung auf die Schwingung ergänzen die Ausführungen. Der Vergleich mit ausgewählten Beispielen aus dem Fachschrifttum belegt, dass das Schwingungsphänomen und seine wichtigsten Eigenschaften mit Hilfe des implementierten bewegungsinduzierten Mechanismus korrekt wiedergegeben werden können. Wie zahlreiche weitere, nicht dokumentierte Simulationen beweisen, besteht die Möglichkeit, die Erkenntnisse auf Bauwerke mit anderen Randbedingungen zu übertragen.

In künftigen Arbeiten sollten verschiedene Aspekte, insbesondere bei der Behandlung der Rinnsale und der Windkräfte, weiter vertieft und ergänzt werden.

So stellt die beschriebene Rinnsalberechnung einen Kompromiss zwischen der Modellierung als fußpunkterregtes Pendel entsprechend der Idee von *Yamaguchi* [137] und der vollständigen dreidimensionalen Beschreibung der strömenden Fluide unter Einbeziehung der Fluid-Struktur-Kopplung dar. Die zuerst genannte Möglichkeit liefert zufriedenstellende Ergebnisse in Bezug auf die Ausprägung Regen-Wind induzierter Schwingungen [69, 137] und hat einen relativ geringen Bedarf an Rechenzeit und Speicherplatz. Demgegenüber ist die hier genutzte Methode realitätsnäher und ermöglicht in Kombination mit Messungen zusätzliche Plausibilitätskontrollen bezüglich der Qualität der Berechnungsergebnisse. Zudem bereitet sie den Weg für weiterführende, komplexere Modellierungen, zum Beispiel mittels

Computational Fluid Dynamics (CFD). Ansatzpunkte für ergänzende Betrachtungen bietet unter anderem die vereinfachte Ermittlung der Windkräfte auf die Rinnsale mittels Division der aerodynamischen Momente durch den Seilradius.

Im Rahmen aller hier durchgeführten Simulationen wurde die maßgebende Rinnsallänge über die gesamten Seillänge angesetzt. Veröffentlichte Berichte zu diesem Thema sind bisher kaum zu finden. Dies macht entsprechende Messungen an Originalbauwerken erforderlich, da unvollständige Korrelations- bzw. Rinnsallängen vielfältige Auswirkungen, zum Beispiel auf die Schwingungsamplituden und -frequenzen der Bauteile, haben können.

Desweiteren sollte der Einfluss dreidimensionaler Strömungseffekte auf die Entstehung Regen-Wind induzierter Schwingungen geneigter Zugglieder, von dem *Matsumoto* et al. [64] berichten, durch Windkanalversuche weiter untersucht werden.

Sowohl Feldmessungen als auch Windkanalversuche erscheinen auch bei einer zukünftigen Erörterung der Auswirkung der Windturbulenz angebracht. Um entsprechende Berechnungsergebnisse zu verifizieren, sollte bei den Beobachtungen beispielsweise darauf geachtet werden, welche Schwingungsfrequenzen und -amplituden bei welchen Turbulenzgraden, Windrichtungen, Windgeschwindigkeiten und Regenmengen auftreten.

Literaturverzeichnis

- [1] *Baines, W. D. und Peterson, E. G.*: An investigation of flow through screens. Transactions of the ASME 73, 1951, S. 467-480
- [2] *Bathe, K.-J.*: Finite Element Methoden. Springer, Berlin Heidelberg New York, 1986
- [3] *Blevins, R. D.*: Flow induced vibration. Second Edition, Van Nostrand Reinhold Comp., New York, 1990
- [4] *Bosdogianni, A. und Olivari, D.*: Wind- and rain-induced oscillations of cables of stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 64, 1996, S. 171-185
- [5] *Brigham, E. O.*: FFT-Anwendungen. Oldenbourg Verlag, München, 1997
- [6] *Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., Musiol, G. und Mühlig, H.*: Taschenbuch der Mathematik. 2. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1995
- [7] *Burgh, A. H. P. v. d. und Abramian, A. K.*: On the modeling of rain-wind induced vibrations of a simple oscillator. Proceedings of the International Mechanical Engineering Congress & Exposition, New Orleans, 2002
- [8] *Clough, R. und Penzien, J.*: Dynamics of structures. Second Edition, Donnelly & Sons, Taipei, 1993
- [9] *Cosentino, N.*: Rain-Wind induced vibration of stay cables. PhD thesis University of Bologna, 2002
- [10] *Cosentino, N. und Flamand, O.*: The rain-wind induced vibration of inclined cables measurements at full scale in aclimatic wind tunnel. Proceedings of the 5th International Symposium on Cable Dynamics, Santa Margherita Ligure, 2003, S. 379-382
- [11] *Davenport, A. G.*: The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures. The Institution of Civil Engineers 19, London, 1961, S. 449-472

-
- [12] *Davenport, A. G.*: The Response of Slender, Line-like Structures to a Gusty Wind. The Institution of Civil Engineers 23, London, 1962, S. 389-408
 - [13] *Davenport, A. G.*: The Wind-induced Vibrations of Guyed and Self-supporting Cylindrical Columns. Transaction of the Engineering Institution of Canada 3, 1959, S. 119-141
 - [14] *Dinkler, D.*: Schwingungsanfällige Tragwerke unter Windeinwirkung. In *Meskouris, K.* (Herausgeber): Baustatik - Baupraxis 7, A. A. Balkema, Rotterdam, 1999, S. 37-46
 - [15] *Den Hartog, J. P.*: Mechanische Schwingungen. Springer, Berlin Göttingen Heidelberg, 1952
 - [16] *Desai, Y. M., Popplewell, N., Yu, P. und Shah, A. H.*: Three-degree-of-freedom model for galloping. Part 1 & 2, Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE 119, 1992, S. 2404-2448
 - [17] DIN 1055: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 4: Windlasten. Entwurf, Beuth, Berlin, 2002
 - [18] *Emde, P.*: Winderregte Seilschwingungen bei Schrägseilbrücken und Maßnahmen zu deren Verhinderung. Dissertation Gesamthochschule Kassel, 1989
 - [19] ESDU: Engineering Science Data Unit – Characteristic of Atmospheric Turbulence near the Ground. Part I, ITEM 74030, 1974
 - [20] ESDU: Engineering Science Data Unit – Characteristic of Atmospheric Turbulence near the Ground. Part III, ITEM 86010, 1991
 - [21] *Fago, B.*: Wirbelresonanzanregung von Kreis- und Quaderzylindern. Dissertation Universität Hannover, 1995
 - [22] *Flamand, O.*: Rain-wind induced vibration of cables. Proceedings of the International Conference of cable-stayed and suspension bridges, Deauville, 1994, S. 523-531
 - [23] *Försching, H.*: Grundlagen der Aeroelastik. Springer, Berlin Heidelberg New York, 1974
 - [24] *Försching, H. und Manea, V.*: Zur analytischen Behandlung des nichtlinearen aeroelastischen Galloping-Problems. Ingenieur Archiv 42, 1973, S. 178-193
 - [25] *Galilei, G.*: Dialogues concerning two new sciences. Übersetzung von Crew, H. und de Salvio, A., Mc Graw-Hill paperback, Northwestern-University Press, 1963

- [26] *Geurts, C. P. W. und van Staalduinen, P. C.*: Estimation of the effects of rain-wind induced vibration in the design stage of inclined stay cables. Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, 1999, S. 885-891
- [27] *Geurts, C. P. W., van Staalduinen, P. C., Vrouwenvelder, T. und Reusink, J.*: Numerical modeling of rain-wind induced vibration: Erasmus Bridge, Rotterdam. Structural Engineering International 8, 1998, S. 129-135
- [28] *Geurts, C. P. W. und van Staalduinen, P. C.*: Regen-Wind induzierte Schwingungen an der Erasmusbrücke in Rotterdam. Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, Berichte 6, 1999, S. 121-133
- [29] *Groß, V.*: Numerische Simulation des Seiltanzens von Hochspannungs-Freileitungen. Dissertation Technische Universität Darmstadt, 2000
- [30] *Gu, M. und Du, X.*: Testing investigation for rain-wind induced vibration and its control of cables of cable-stayed bridges. Proceedings of the 11th International Conference on Wind Engineering, Lubbock, 2003, S. 2339-2346
- [31] *Gu, M. und Lu, Q.*: Theoretical analysis of wind-rain induced vibration of cables of cable-stayed bridges. Proceedings of the 5th Asia-Pacific Conference on Wind Engineering, Kyoto, 2001, S. 125-128
- [32] *Hengst, S.*: Zeitbereichssimulation der nichtlinearen Böenwirkung bei schwingungsanfälligen Masten. Dissertation Universität Bochum, 1998
- [33] *Hikami, Y.*: Rain vibrations of cables of cable-stayed bridges. Journal of Japan Association of Wind Engineering 27, 1986, S. 17-28
- [34] *Hikami, Y. und Shiraishi, N.*: Rain-wind induced vibrations of cables in cable-stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 29, 1988, S. 409-418
- [35] *Hocking, L. M.*: Meniscus draw-up and draining. European Journal of Applied Mathematics 12, 2001, S. 195-208
- [36] *Hocking, L. M.*: Sliding and spreading of a thin two-dimensional drop. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics 34, 1980, S. 37-55
- [37] *Hocking, L. M.*: The spreading of a thin drop by gravity and capillarity. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics 36, 1983, S. 55-69
- [38] *Hocking, L. M.*: The spreading of drops with intermolecular forces. Physics of Fluids 6, 1994, S. 3224-3228

-
- [39] *Höffer, R. und Niemann, H.-J.*: Computation of artificial stochastic wind loads and interaction forces on oscillating line-like structures. Structural Dynamics – EURO-DYN 1993, A. A. Balkema, Rotterdam, 1993, S. 1115-1122
 - [40] *Irvine, H. M.*: Cable structures. MIT Press, Cambridge Mass., 1981
 - [41] *Irvine, H. M. und Caughey, T. K.*: The linear theory of free vibrations of a suspended cable. Proceedings of the Royal Society London A. 341, 1974, S. 299-315
 - [42] *Irvine, H. M. und Griffin, J. H.*: On the dynamic response of a suspended cable. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 4, 1976, S. 389-402
 - [43] *Kaimal, J. C. und Wyngaard, Y. I.*: Spectral characteristics of surface-layer turbulence. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 98, 1972, S. 563-589
 - [44] *Kareem, A.*: Wind induced response analysis of tension leg platforms. Journal of Structural Engineering ASCE 111(1), 1985, S. 37-55
 - [45] *Karman, T. v. und Rubach, H.*: Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes. Physikalische Zeitschrift 13, 1912, S. 49-59
 - [46] *Karras, K.*: Eigenschwingungen von Saiten mit elastisch befestigten Enden. Österreichischer Ingenieur Archiv 9, 1955, S. 352-388
 - [47] *Kim, W.-J. und Perkins, N. C.*: Two-dimensional vortex-induced vibration of cable suspensions. Journal of Fluids and Structures 16, 2002, S. 229-245
 - [48] *Kobayashi, H., Minami, Y. und Miki, M.*: Prevention of rain-wind induced vibration of inclined cable by surface processing. Proceedings of the 9th International Conference on Wind Engineering, New Dehli, 1995, S. 753-758
 - [49] *Kovacs, I.*: Zur Frage der Seilschwingungen und Seildämpfung. Die Bautechnik 59, 1982, S. 325-332
 - [50] *Langsø, H. E. und Larsen, O. D.*: Generating mechanisms for cable stay oscillations at the Farø Bridges. Proceedings of the International Conference on Cable-stayed Bridges, Bangkok, 1987, S. 1023-1033
 - [51] *Lazaridis, N.*: Zur dynamischen Berechnung abgespannter Maste und Kamine in böigem Wind unter besonderer Berücksichtigung der Seilschwingungen. Dissertation Universität der Bundeswehr München, 1985
 - [52] *Lehner, J. R. und Batterman, S. C.*: Static and dynamic finite deformations of cables using rate equations. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 2, 1973, S. 349-366

- [53] *Lindner, H.*: Untersuchungen zum Turbulenzeinfluss auf die Galloping-Schwingungen rechteckiger prismatischer Körper. Dissertation Universität Hannover, 1993
- [54] *Lüesse, G., Ruscheweyh, H., Verwiebe, C. und Günther, G. H.*: Regen-Wind induzierte Schwingungserscheinungen an der Elbebrücke Dömitz. Stahlbau 65, 1996, S. 105-114
- [55] *Main, J. A. und Jones, N. P.*: Characterisation of rain-wind induced stay-cable vibrations from full-scale measurements. Proceedings of the 4th International Symposium on Cable Dynamics, Montreal, 2001, S. 235-242
- [56] *Main, J. A. und Jones, N. P.*: Free vibrations of taut cable with attached damper – Part I, II. Journal of Engineering Mechanics 128(10), 2002, S. 1062-1081
- [57] *Main, J. A. und Jones, N. P.*: Full-scale measurements of stay cable vibration. Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, 1999, S. 963-971
- [58] *Matsumoto, M.*: Aeroelasticity and bridge aerodynamics. Proceedings of the International Advanced School on wind-excited and aeroelastic vibrations of structures, Genova, 2000
- [59] *Matsumoto, M., Ishizaki, H., Kitazawa, M., Aoki, J. und Fujii, D.*: Cable aerodynamics and its stabilisation. Proceedings of the International Symposium on Cable Dynamics, Liège, 1995, S. 289-296
- [60] *Matsumoto, M., Saito, T., Masahiko, K., Hiromichi, S. und Nishizaki, T.*: Response characteristics of rain-wind induced vibration of stay-cables of cable-stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 57, 1995, S. 323-333
- [61] *Matsumoto, M., Shiraishi, N., Kitazawa, M., Knisely, C., Shirato, H., Kim, Y. und Tsujii, M.*: Aerodynamic behaviour of inclined circular cylinders – cable aerodynamics. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 33, 1990, S. 63-72
- [62] *Matsumoto, M., Shiraishi, N. und Shirato, H.*: Rain-wind induced vibration of cables of cable-stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 41-44, 1992, S. 2011-2022
- [63] *Matsumoto, M., Yagi, T., Shirato, H., Sakai, S., Ohya, J. und Okada, T.*: Field observations of wind-induced cable vibrations using large-scale inclined cable model. Proceedings of the 11th International Conference on Wind Engineering, Lubbock, 2003, S. 2149-2156

- [64] *Matsumoto, M., Yagi, T. und Tsushima, D.:* Vortex-induced vibration of inclined cables at high wind velocity. Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, 1999, S. 979-986
- [65] *Matsumoto, M., Yamagishi, M., Aoki, J. und Shiraishi, N.:* Various mechanism of inclined cable aerodynamics. Proceedings of the 9th International Conference on Wind Engineering, New Delhi, 1995, S. 759-770
- [66] *Mayer-Erbacher, J. und Plate, E. J.:* Aerodynamische Belastung zylindrischer Bauwerke. SFB 210/ET/48, Universität Karlsruhe, Mai 1988
- [67] *Mehlhorn, G. (Herausgeber):* Der Ingenieurbau: Grundwissen – Baustatik, Baudynamik. Ernst & Sohn, Berlin, 1995
- [68] *Miyata, T., Yamada, H., Fujiwara, T. und Hojo, T.:* Wind-resistant design of cables for the Tatare Bridge. IABSE Reports 79 – Long-span and High-rise Structures, IABSE Symposium, Kobe, 1998
- [69] *Nahrath, N.:* Regen-Wind induzierte Schwingungen. Dissertation Technische Universität Braunschweig, 2003
- [70] *Nakamura, Y.:* On the aerodynamic mechanism of torsional flutter of bluff structures. Journal of Sound and Vibration 67, 1979, S. 163
- [71] *Naudascher, E. und Rockwell, D.:* Flow-induced vibrations – An engineering guide. A. A. Balkema, Rotterdam, 1994
- [72] *Niemann, H.-J.:* Windanregung von Gebäuden. Darmstädter Massivbau-Seminar, Band 13, Baudynamik, 1995
- [73] *Niemann, H.-J., Höffer, R., Hölscher, N. und Kasperski, M.:* Dynamic actions. In *Krätzig, W. B. und Niemann, H.-J. (Herausgeber):* Dynamics of Civil Engineering Structures, A. A. Balkema, Rotterdam, 1996, S. 73-105
- [74] *Niemann, H.-J. und Peil, U.:* Windlasten auf Bauwerke. In *Kuhlmann, U. (Herausgeber):* Stahlbau-Kalender, Ernst & Sohn, Berlin, 2003, S. 674-748
- [75] *Nölle, H.:* Schwingverhalten abgespannter Masten in böigem Wind. Dissertation Universität Karlsruhe, 1991
- [76] *Norton, D. J. und Heidmann, C. J.:* Wind tunnel tests of inclined circular cylinders. Proceedings of the Offshore Technology Conference, Houston, 1981

- [77] *Novak, M. und Tanaka, H.*: Effect of turbulence on galloping instability. Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE 100, 1974, S. 27-47
- [78] *Pacheco, M. B., Fujino, Y. und Sulekh, A.*: Estimation curve for modal damping in stay cables with viscous damper. Journal of Structural Engineering 119, 1993, S. 1961-1979
- [79] *Parkinson, G. V.*: Mathematical models of flow-induced vibrations of bluff bodies. Symposium on flow-induced structural vibrations, Karlsruhe 1972, Springer, Berlin Heidelberg New York, 1974
- [80] *Peil, U., Nahrath, N. und Dreyer, O.*: Modeling of rain-wind induced vibrations. Proceedings of the 11th International Conference on Wind Engineering, Lubbock, 2003, S. 389-396
- [81] *Peil, U., Nahrath, N. und Dreyer, O.*: Modellierung Regen-Wind induzierter Schwingungen – Grundlagen, Modellbildung und Berechnungsmethoden. VDI-Berichte 1754 zur Tagung Baudynamik, Kassel, 2003, S. 271-285
- [82] *Peil, U., Nahrath, N. und Dreyer, O.*: Rain-wind induced vibrations of cables – Theoretical models. Proceedings of the 5th International Symposium on Cable Dynamics, Santa Margherita Ligure, 2003, S. 345-352
- [83] *Peil, U., Nölle, H. und Wang, Z. H.*: Dynamic behaviour of guys under turbulent wind load. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 65, 1996, S. 43-54
- [84] *Peil, U. und Telljohann, G.*: Lateral Turbulence and Dynamic Response. Structural Dynamics – EUROLYN 1996, A. A. Balkema, Rotterdam, 1996, S. 207-211
- [85] *Persoon, A. J. und Norlander, K.*: Full-scale measurements on the Erasmus Bridge after rain-wind induced vibrations. Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, 1999, S. 1041-1052
- [86] *Petersen, C.*: Dynamik der Baukonstruktionen. Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1996
- [87] *Poskitt, R. J.*: The free oscillation of suspended cables. The Structural Engineer 42, 1964, S. 351-354
- [88] *Poston, R. W.*: Cable-stay conundrum. Journal of Civil Engineering, August 1998
- [89] *Ramberger, G.*: Die Bestimmung der Normalkräfte in Zuggliedern über ihre Eigenfrequenz unter Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen, der Biegesteifigkeit und der Dämpfung. Stahlbau 47, 1978, S. 314-318

- [90] *Reusink, J. H. und Kuipers, M. L. H.*: Dämpfer gegen Regen-Wind induzierte Schwingungen der Schrägseile an der Erasmusbrücke. Stahlbau 67, 1998, S. 768-775
- [91] *Robra, J.*: Regen-Wind induzierte Schwingungen von Schrägkabeln und Hängern – Ein Rechenmodell zur Vorhersage und Maßnahmen zur Verhinderung. Dissertation Technische Universität Wien, 2003
- [92] *Rohrs, J. H.*: On the oscillations of a suspension chain. Trans. Cambridge Philos. Society 9, 1851, S. 379-398
- [93] *Rotta, J. C.*: Turbulente Strömungen, Teubner, Stuttgart, 1972
- [94] *Roussel, P.*: Numerical solution of static and dynamic equations of cables. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 9, 1976, S. 65-74
- [95] *Rüberg, T.*: Herleitung und Auswertung der Bewegungsgleichung für ein Rinnsal. Studienarbeit Technische Universität Braunschweig, 2003 (unveröffentlicht)
- [96] *Ruscheweyh, H.*: Dynamische Windwirkung an Bauwerken. Band 1 und 2, Bauverlag, Wiesbaden, 1982
- [97] *Ruscheweyh, H.*: The mechanism of rain-wind induced vibration. Proceedings of the 10th International Conference on Wind Engineering, Copenhagen, 1999, S. 1041-1052
- [98] *Ruscheweyh, H. und Verwiebe, C.*: Rain-wind induced vibrations of steel bars. Proceedings of the International Symposium on Cable Dynamics, Liège, 1995, S. 469-472
- [99] *Ruscheweyh, H. und Verwiebe, C.*: Recent research results concerning the exiting mechanisms of rain-wind induced vibrations. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 74-46, 1998, S. 1005-1013
- [100] *Ruscheweyh, H. und Verwiebe, C.*: Regen-Wind induzierte Schwingungen von Hängern einer Stabbogenbrücke. Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, Berichte 4, 1995, S. 227-240
- [101] *Saito, T., Matsumoto, M. und Kitazawa, M.*: Rain-wind excitation of cables of cable-stayed Higashi-Kobe Bridge and cable vibration control. Proceedings of the International Conference of cable-stayed and suspension bridges, Deauville, 1994, S. 507-514
- [102] *Saxon, D. S. und Cahn, A. S.*: Modes of vibration of a suspended chain. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics 3, 1953, S. 273-285
- [103] *Schade, H. und Kunz, E.*: Strömungslehre. Zweite Auflage, Walter de Gruyter, Berlin New York, 1989

- [104] *Scheer, J. und Peil, U.*: Zum Ansatz von Vorspannung und Windlast bei abge-spannten Masten. Bauingenieur 60, 1985, S. 185-190
- [105] *Scheer, J. und Peil, U.*: Zur Berechnung von Tragwerken mit Seilabspannungen, insbesondere mit gekoppelten Seilabspannungen. Bauingenieur 59, 1984, S. 273-277
- [106] *Schwarzkopf, D.*: Regen-Wind induzierte Schwingungen – Grundlagen und ein Be-rechnungsmodell. Dissertation RWTH Aachen, 2004
- [107] *Schwarzkopf, D. und Sedlacek, G.*: Characterization of the main parameters of rain-wind induced vibrations. Proceedings of the 11th International Conference on Wind Engineering, Lubbock, 2003, S. 397-404
- [108] *Seidel, C. und Dinkler, D.*: Phänomenologie und Modellierung Regen-Wind induzier-ter Schwingungen. Bauingenieur 79, 2004, S. 145-154
- [109] *Shinozuka, M. und Jan, C.-M.*: Digital Simulation of Random Processes and its Applications, Journal of Sound and Vibration 25(1), 1972, S. 111-128
- [110] *Simiu, E.*: Wind spectra and dynamic alongwind response. Journal of the Structural Division ASCE 100(9), 1974, S. 1897-1910
- [111] *Simiu, E. und Scanlan, R. H.*: Wind effects on structures. Second edition, John Wiley, New York, 1986
- [112] *Spurk, J. H.*: Strömungslehre – Einführung in die Theorie der Strömungen. Vierte Auflage, Springer, Berlin Heidelberg New York, 1996
- [113] *Starossek, U.*: Brückendynamik – Winderregte Schwingungen von Seilbrücken. Vie-weg, Braunschweig Wiesbaden, 1992
- [114] *Tangemann, H.*: Fluidelastische Schwingungen von Einzelrohren in queraangetrömt-ten Rohrbündeln. Dissertation Universität Hannover, 1979
- [115] *Telljohann, G.*: Turbulenzmodellierung des Windes für Schwingungsuntersuchungen hoher, schlanker Bauwerke. Dissertation Technische Universität Braunschweig, 1998
- [116] *Tonis, D.*: Zum dynamischen Verhalten von Abspannseilen. Dissertation Universität der Bundeswehr München, 1989
- [117] *Tuck, E. O. und Schwartz, L. W.*: Thin static drops with a free attachment boun-dary. Journal Fluid Mechanics 223, 1991, S. 313-324
- [118] *Veers, P. S.*: Modeling Stochastic Wind Loads on Vertical Axis Wind Turbines. SAND83-1909, Sandia National Laboratories, Albuquerque, September 1984, S. 1-17

-
- [119] *Veers, P. S.*: Three-Dimensional Wind Simulation. SAND88-0152, Sandia National Laboratories, Albuquerque, März 1988, S. 1-36
- [120] *Verwiebe, C.*: Erregermechanismen von Regen-Wind induzierten Schwingungen. Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, Berichte 5, 1997, S. 101-119
- [121] *Verwiebe, C.*: Neue Erkenntnisse über die Erregermechanismen Regen-Wind induzierter Schwingungen. Stahlbau 65, 1996, S. 547-550
- [122] *Vickery, B. J.*: On the flow behind a coarse grid and its use as a model of atmospheric turbulence in studies related to wind loads and buildings. National Physical Laboratory, Aero Report 1143, 1965
- [123] *Virlogeux, M.*: Cable vibrations in cable-stayed bridges. Larse & Esdahl (eds): Bridge aerodynamics, Balkema, Rotterdam, 1998, S. 213-232
- [124] *Wang, Z.-H.*: Schwingungsverhalten der Abspannseile von Masten unter Berücksichtigung der Böenbelastung. Dissertation Universität Karlsruhe, 1994
- [125] *Wang, L. Y.* und *Xu, Y. L.*: Analytical study of wind-rain induced cable vibration: 2DOF model. Wind and Structures 6, 2003, S. 291-306
- [126] *Wang, L. Y.* und *Xu, Y. L.*: Wind-rain induced vibration of prototype stay cables: An analytical model. Proceedings of the 5th European-African Conference on Wind Engineering, Fort Collins, 2001, S. 635-641
- [127] *Watts, A. M.* und *Frith, R. H.*: Efficient numerical solution of the dynamic equations of cables. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 25, 1981, S. 1-9
- [128] *White, F. M.* : Fluid Mechanics. Dritte Auflage, McGraw-Hill, Tokio, 1994
- [129] *Wianecki, J.*: Cable wind excited vibration of cable-stayed bridge. Proceedings of the 5th International Conference on Wind Engineering, Fort Collins, 1979, S. 1381-1393
- [130] *Wilson, S. K., Hunt, R.* und *Duffy, B. R.*: The rate of spreading in spin coating. Journal Fluid Mechanics 413, 2000, S. 65-88
- [131] *Witkowski, W.* und *Wilde, K.*: Analytical study on rain-wind induced vibrations of stay cables. Proceedings of the Eurodyn, München, 2002
- [132] WTG-Merkblatt – Windkanalversuche in der Gebäudeaerodynamik. Tagung der Windtechnologischen Gesellschaft, Berichte 3, Aachen, 1994

- [133] *Xu, Y. L., Zhou, Y., Wang, Z. L. und Wang, L. Y.*: Rivulet formation on an inclined cylinder and its effects on the near-wake. Proceedings of the International Mechanical Engineering Congress & Exposition, New Orleans, 2002
- [134] *Yamaguchi, H. und Ishizaki, H.*: Control of cable vibration with secondary cables. Proceedings of the International Symposium on Cable Dynamics, Liège, 1995, S. 445-452
- [135] *Yamaguchi, H. und Jayawardena, L.*: Analytical estimation of structural damping in cable structures. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 43, 1992, S. 1961-1972
- [136] *Yamaguchi, H. und Nagahawatta, H. D.*: Damping effects of cable cross ties in cable-stayed bridges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 54/55, 1995, S. 35-43
- [137] *Yamaguchi, H.*: Analytical study on growth mechanism of rain vibrations. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 33, 1990, S. 73-80
- [138] *Yoshimura, T., Tanaka, T., Sasaki, N., Nakatani, S. und Higa, S.*: Rain-wind induced vibration of the cables of the Aratsu Bridge. Proceedings of the 10th National Conference on Wind Engineering. Tokyo, 1988, S. 127-132
- [139] *Zellner, W. und Saul, R.*: Über Erfahrungen beim Umbau und Sanieren von Brücken. Bautechnik 62, 1985, S. 51-65
- [140] *Zielke, W.*: Umdruck zur Vorlesung Strömungsmechanik für Bauingenieure Teil II. Universität Hannover, 1997
- [141] *Zierep, J.* : Gründzüge der Strömungslehre. Sechste Auflage, Springer, Berlin Heidelberg New York, 1997
- [142] *Zilch, K.*: Ein anschauliches Lastkonzept für Hochhäuser in böigem Wind. Habilitation, Technische Universität Darmstadt, 1983
- [143] *Zuo, D. und Jones, N. P.*: Interpretation of observed damper performance in mitigating wind and rain-wind induced stay-cable vibrations. Proceedings of the 11th International Conference on Wind Engineering, Lubbock, 2003, S. 2133-2140
- [144] *Zurmühl, R. und Falk, S.*: Matrizen und ihre Anwendungen – Teil 1: Grundlagen. Springer, Berlin New York Tokyo, 1984

Anhang A

Aerodynamische Beiwerte

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Windkanalversuche, die aerodynamischen Koeffizienten, in Abhängigkeit von den entsprechenden Rinnsalstellungen α_I und α_{II} grafisch dargestellt. In laminarer Strömung (Abschnitt 5.2.2) umfassen die Resultate:

- Versuchskörper mit einem oberen, künstlichen Rinnsal
 - Widerstandsbeiwerte (Abbildung A.1)
 - Auftriebsbeiwerte (Abbildung A.1) und
 - Momentenbeiwerte (Abbildung A.2)

Zu Vergleichszwecken sind zusätzlich die Messungen von *Nahrath* [69] angegeben.

- Versuchskörper mit zwei künstlichen Rinnsalen
 - Auftriebsbeiwerte (Abbildung A.3) und
 - Widerstandsbeiwerte (Abbildung A.4)

Und in turbulenter Strömung (Abschnitt 5.3.3) beinhalten die Ergebnisse (Tabelle 5.3):

- Versuchskörper mit einem oberen, künstlichen Rinnsal
 - Auftriebsbeiwerte (Abbildung A.5)
 - Widerstandsbeiwerte (Abbildung A.6) und
 - Momentenbeiwerte (Abbildungen A.7 und A.8)
- Versuchskörper mit zwei künstlichen Rinnsalen
 - Auftriebsbeiwerte (Abbildung A.9, A.11 und A.13) sowie
 - Widerstandsbeiwerte (Abbildung A.10, A.12 und A.14)

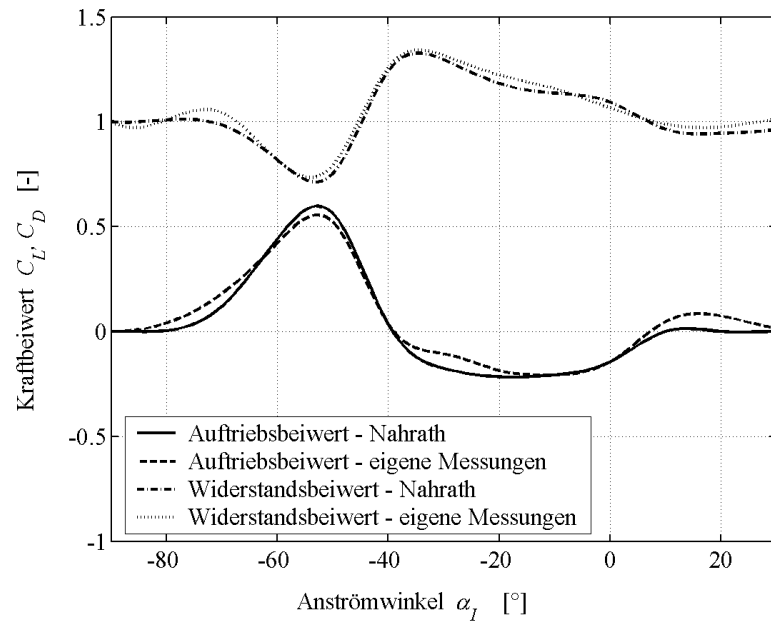


Abbildung A.1: Widerstands- und Auftriebsbeiwerte für den Versuchskörper mit einem Rinnsal, $I_{u_1} = 0,005$, im Vergleich zu den Angaben von *Nahrath* [69]

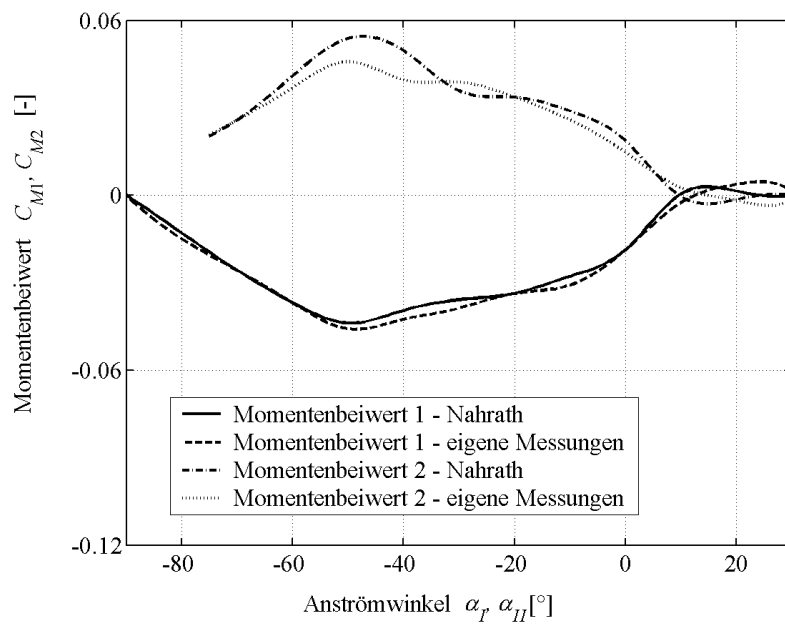


Abbildung A.2: Momentenbeiwerte für den Versuchskörper mit einem Rinnsal, $I_{u_1} = 0,005$, im Vergleich zu den Angaben von *Nahrath* [69]

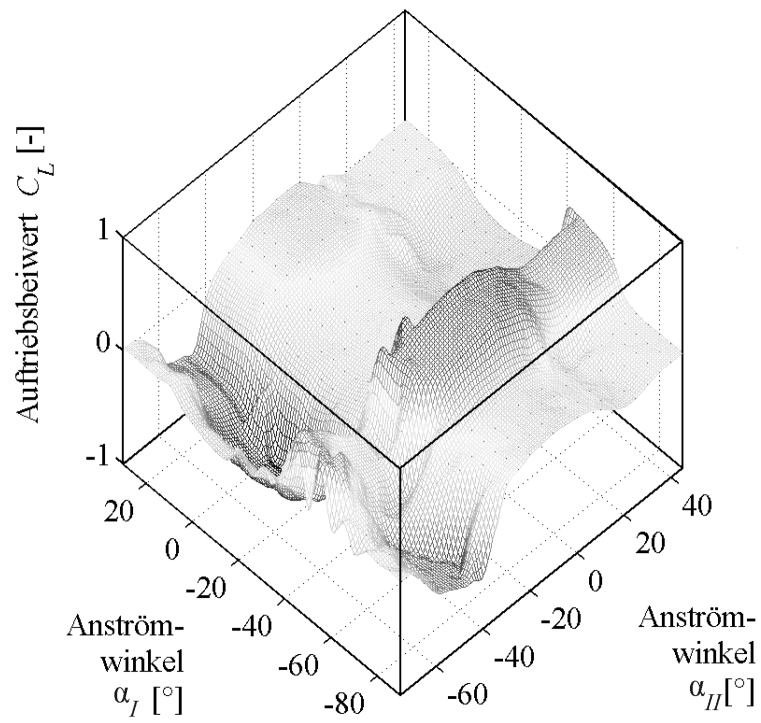


Abbildung A.3: Auftriebsbeiwerte für den Versuchskörper mit zwei Rinnsalen, $I_{u_1} = 0,005$

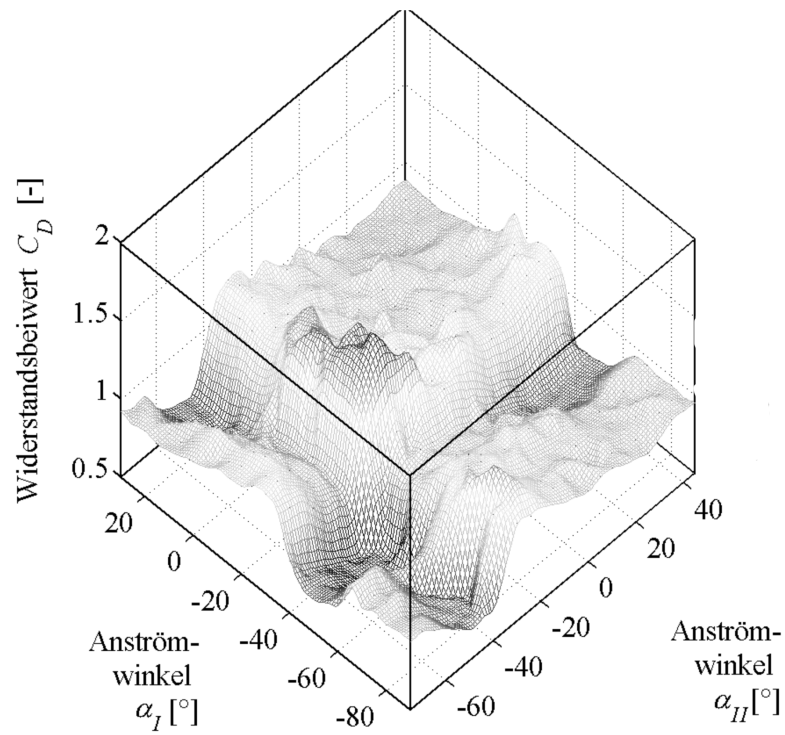


Abbildung A.4: Widerstandsbeiwerte für den Versuchskörper mit zwei Rinnsalen, $I_{u_1} = 0,005$

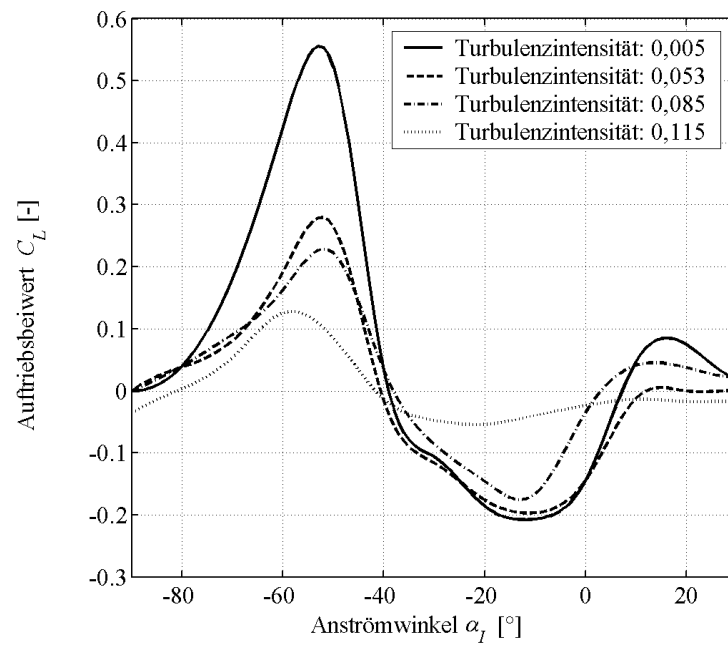


Abbildung A.5: Auftriebsbeiwerte für den Versuchskörper mit einem Rinnsal, turbulente Strömung

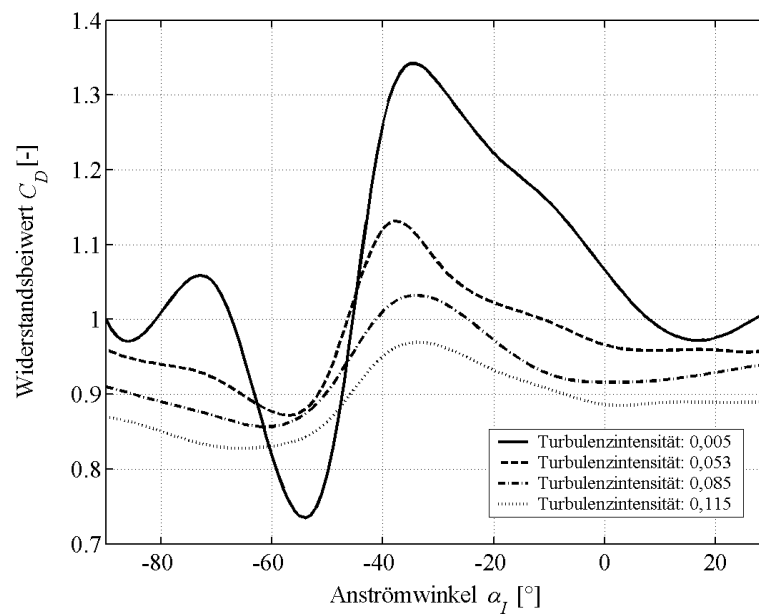


Abbildung A.6: Widerstandsbeiwerte für den Versuchskörper mit einem Rinnsal, turbulente Strömung

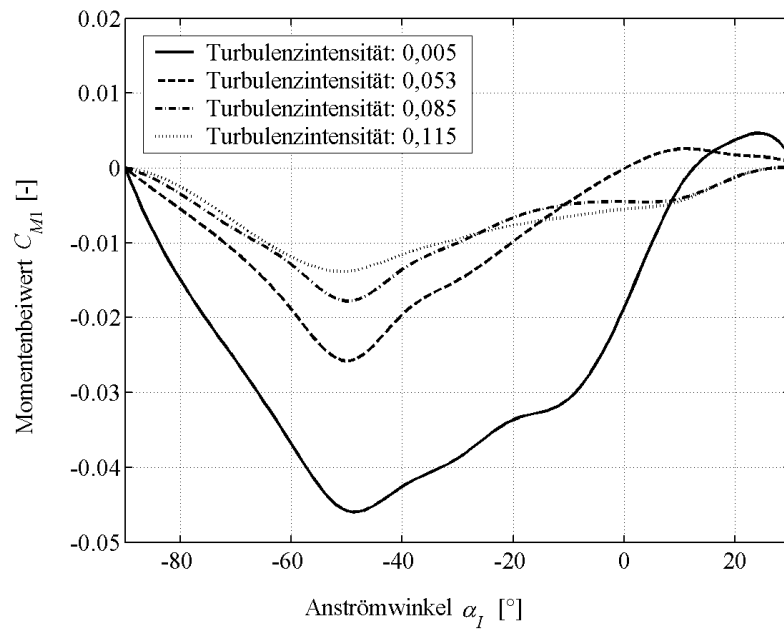


Abbildung A.7: Momentenbeiwerte für den Versuchskörper mit einem oberen Rinnsal, turbulente Strömung

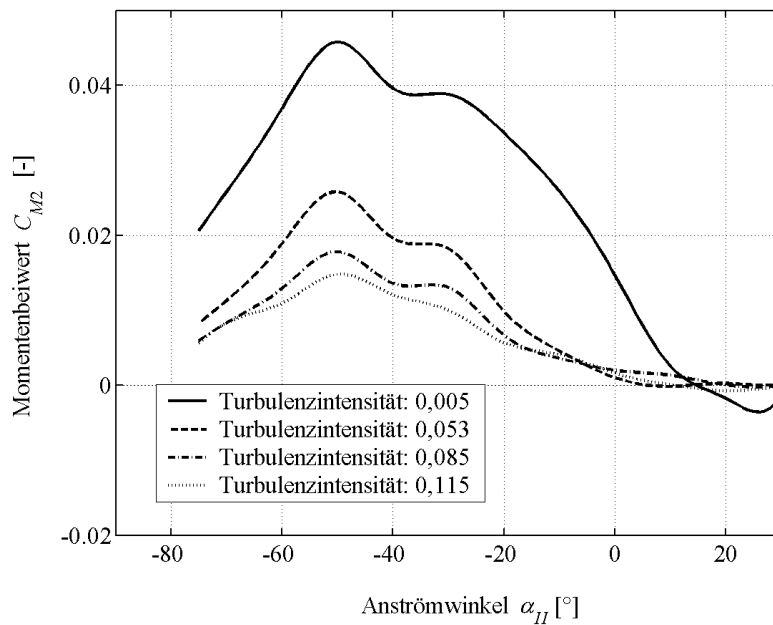


Abbildung A.8: Momentenbeiwerte für den Versuchskörper mit einem unteren Rinnsal, turbulente Strömung

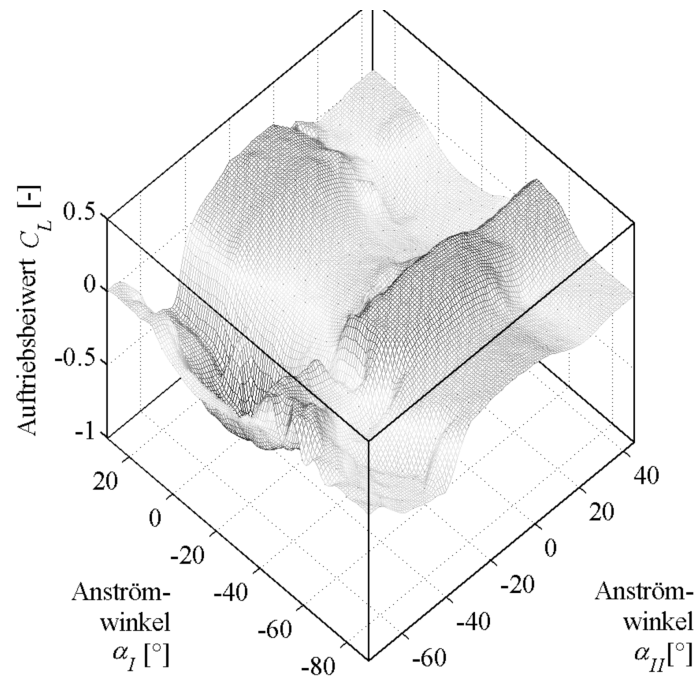


Abbildung A.9: Auftriebsbeiwerte für den Versuchskörper mit zwei Rinnsalen, $I_{u_1} = 0,053$

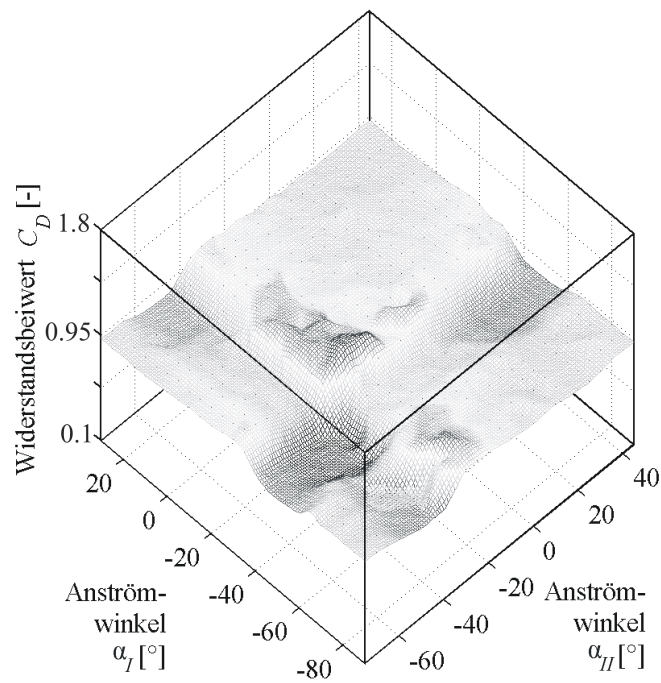


Abbildung A.10: Widerstandsbeiwerte für den Versuchskörper mit zwei Rinnsalen, $I_{u_1} = 0,053$

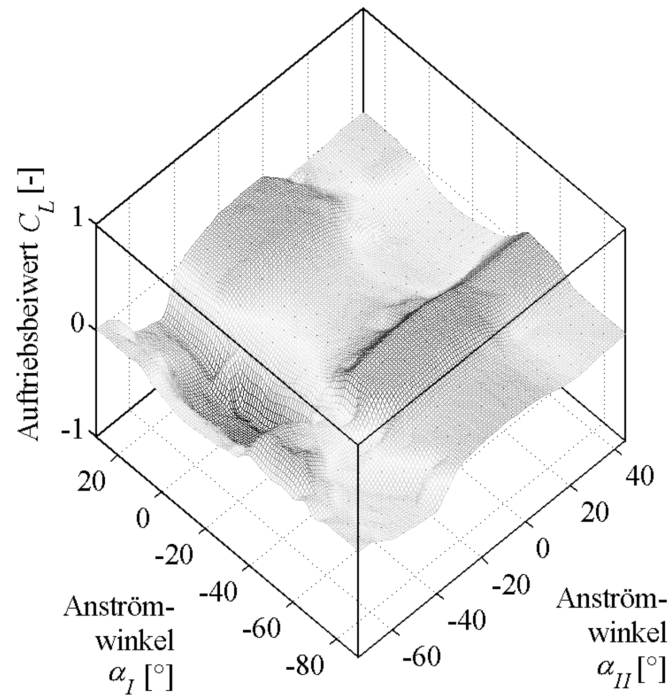


Abbildung A.11: Auftriebsbeiwerte für den Versuchskörper mit zwei Rinnsalen, $I_{u_1} = 0,085$

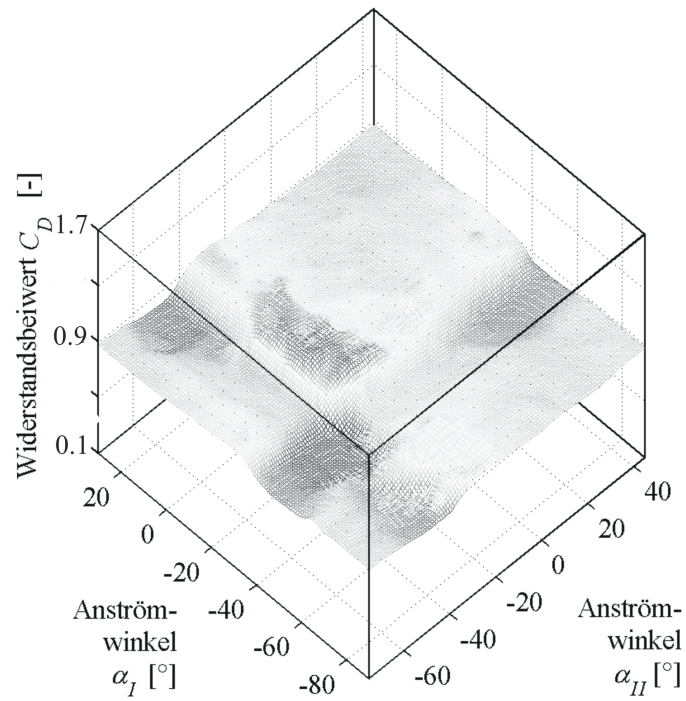


Abbildung A.12: Widerstandsbeiwerte für den Versuchskörper mit zwei Rinnsalen, $I_{u_1} = 0,085$

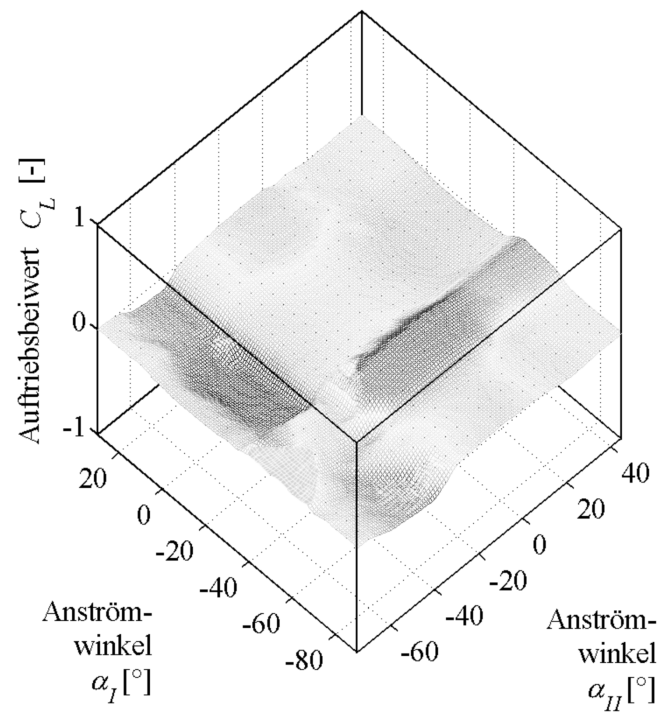


Abbildung A.13: Auftriebsbeiwerte für den Versuchskörper mit zwei Rinnsalen, $I_{u_1} = 0,115$

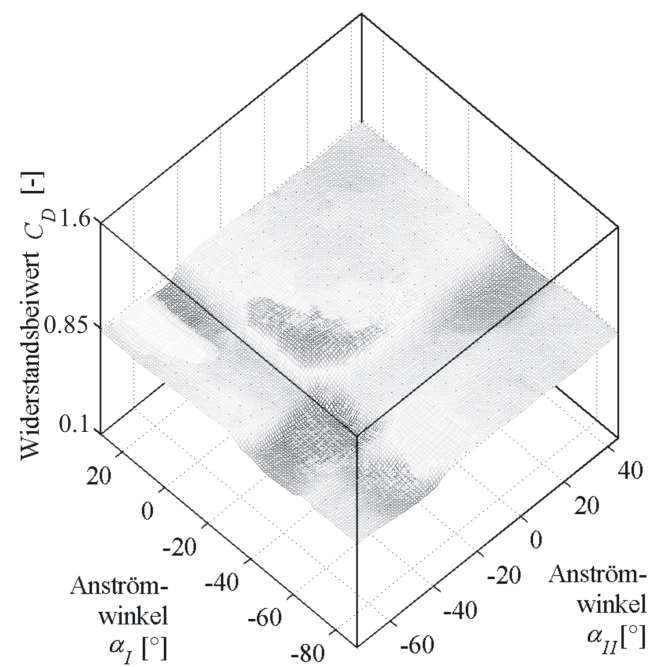


Abbildung A.14: Widerstandsbeiwerte für den Versuchskörper mit zwei Rinnsalen, $I_{u_1} = 0,115$

Lebenslauf

Oliver Dreyer

geboren am 16. August 1974 in Bad Pyrmont
ledig

Schulbildung

1981 - 1985

Grundschule Baarsen

1985 - 1987

Orientierungsstufe Bad Pyrmont

1987 - 1994

Humboldt-Gymnasium Bad Pyrmont

Juni 1994

Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

Grundwehrdienst

Juli 1994 - Juni 1995

Panzerbataillon 33, Neustadt/Rbge.

Hochschulbildung

Oktober 1995 - Oktober 2000

Studium des Bauingenieurwesens an der
Universität Hannover

Schwerpunkt: Konstruktiver Ingenieurbau

Oktober 2000

Abschluss: Diplom

Berufliche Tätigkeit

November 2000 - Juni 2004

Wissenschaftlicher Mitarbeiter am
Institut für Stahlbau der Technischen
Universität Braunschweig;

Anfertigung der vorliegenden Dissertation

seit September 2004

Berechnungsingenieur

MAN Technologie AG, Mainz